

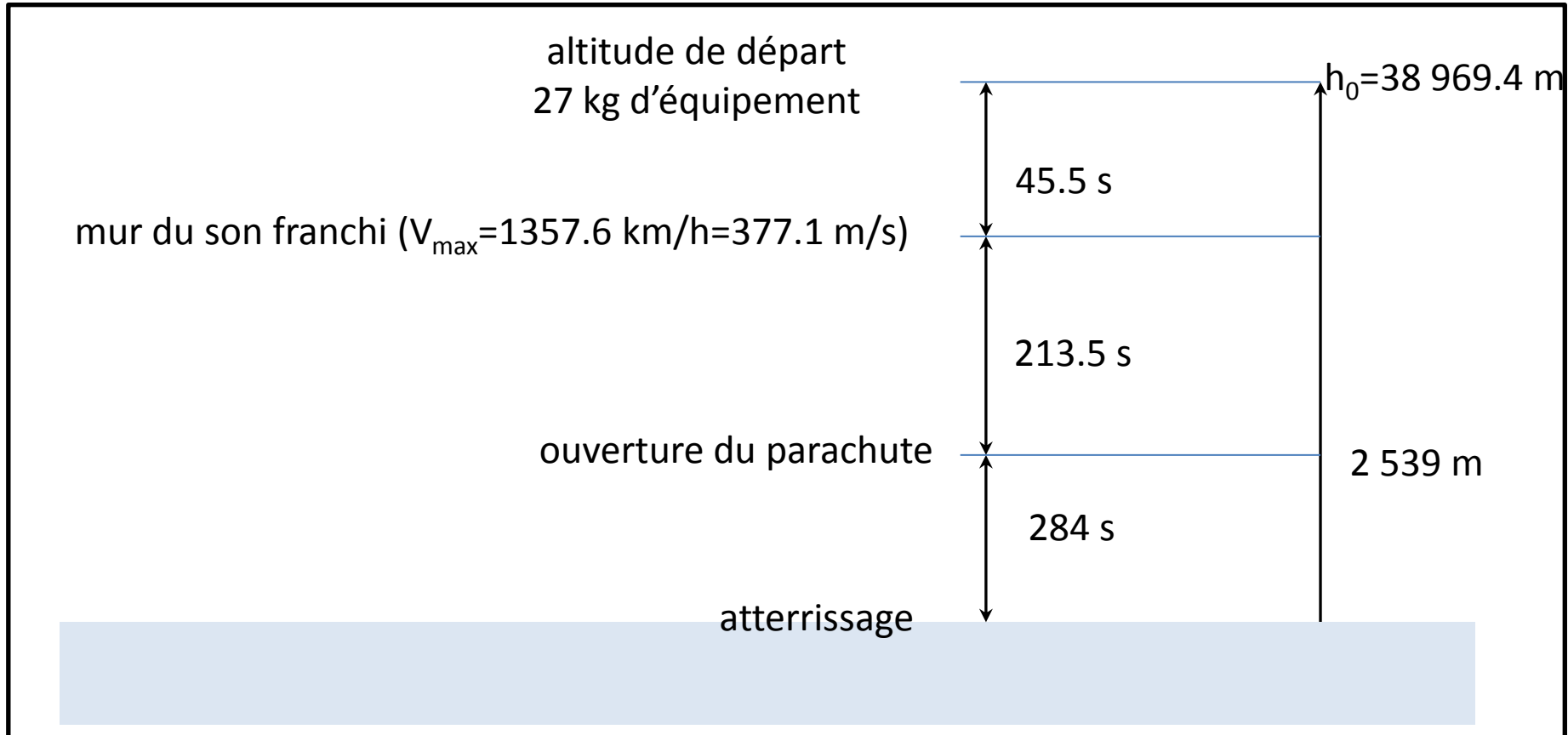
La physique du saut de Félix Baumgartner

S.Ayrinhac (2013)
ayrinhac@impmc.upmc.fr



Résumé de la mission : Le 14 octobre 2012, à environ 19h heure locale et 40 km d'altitude, le parachutiste Félix Baumgartner saute de la cabine de son ballon. Au bout de 45.5 s il franchit le mur du son. À une altitude de 2500 m il ouvre son parachute et met encore quelques minutes pour atteindre le sol, sain et sauf.

Paramètres numériques de la mission



Chute libre avec frottements

- Problème unidimensionnel en z (et t)
- Forces mises en jeu :
 - le poids $P=mg$
 - la traînée $F_t=(1/2) \rho V^2 C_x S$
- L'accélération $a=dV/dt$
- Appliquons le principe fondamental de la dynamique :

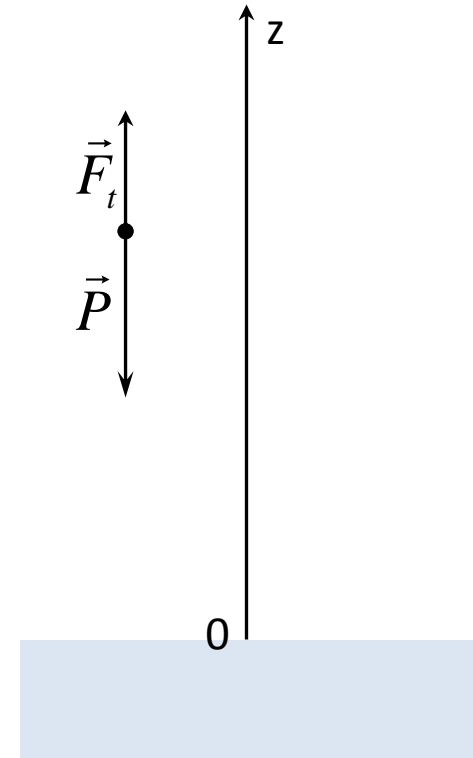
$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$$

$$F_t - P = ma$$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 C_x S - P = m \frac{dV}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dV}{dt} - \frac{\rho C_x S}{2m} V^2 = -g}$$

- équation différentielle du premier ordre non linéaire en V , à coefficients non constants



Réécriture de l'équation différentielle

$$\frac{dV}{dt} - \frac{\rho C_x S}{2m} V^2 = -g$$

→ Cette équation différentielle peut être réécrite en fonction de l'altitude z

En effet, nous savons que :

- C_x et S dépendent fortement de la « prise au vent »
 - C_x dépend du nombre de Reynolds Re
 - C_x dépend aussi de la vitesse V
 - La densité de l'air dépend fortement de l'altitude z
 - la gravitation dépend aussi de l'altitude z
- équa. diff. en z à coefficients non constants avec second membre

$$\frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{S}{2m} C_x \left(\frac{dz}{dt} \right) \rho(z) \left(\frac{dz}{dt} \right)^2 = -g(z)$$

Vérifions que la force de traînée est proportionnelle à la vitesse au carré

La formule pour la force de traînée F_t est différente selon que le nombre de Reynolds Re est faible ou élevé

Nombre de Reynolds

$$Re = \frac{\rho V L}{\eta}$$

L est une longueur caractéristique
 η est la viscosité dynamique

$$F_t = 6\pi\eta r V \text{ pour } Re \text{ faible}$$

$$F_t = \frac{\rho V^2}{2} C_x S \text{ pour } Re \text{ grand}$$

The Velocity Dependence of Aerodynamic Drag: A Primer for Mathematicians

Lyle N. Long and Howard Weiss

Page 130 of 127-135

C_x dépend de la vitesse : le mur du son

- « Le mur du son » est l'augmentation importante de C_x aux alentours de Mach 1, dû à la création d'ondes de chocs locales.
- Le pilote d'un avion doit tenir compte du « raidissement » des commandes de son appareil
- Cette variation était bien connue des artilleurs

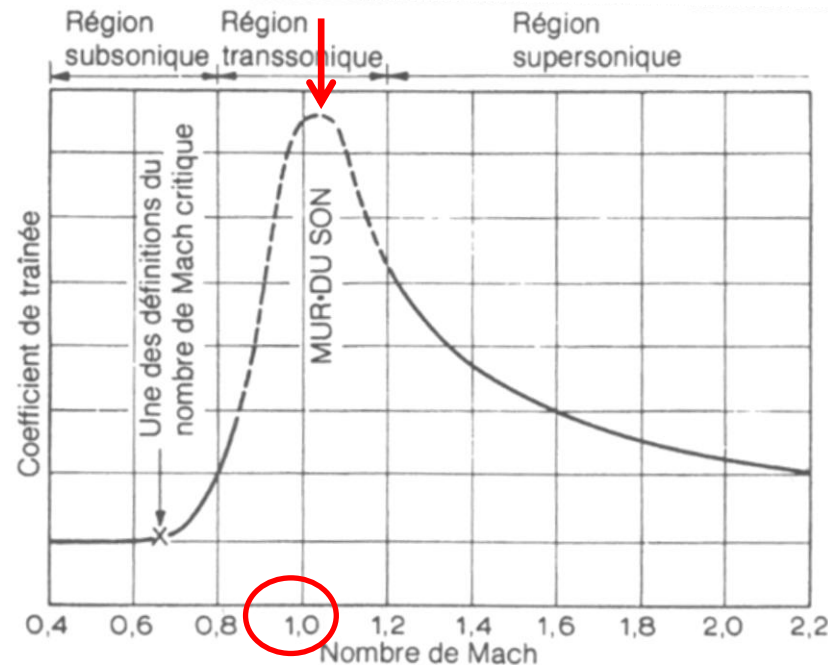


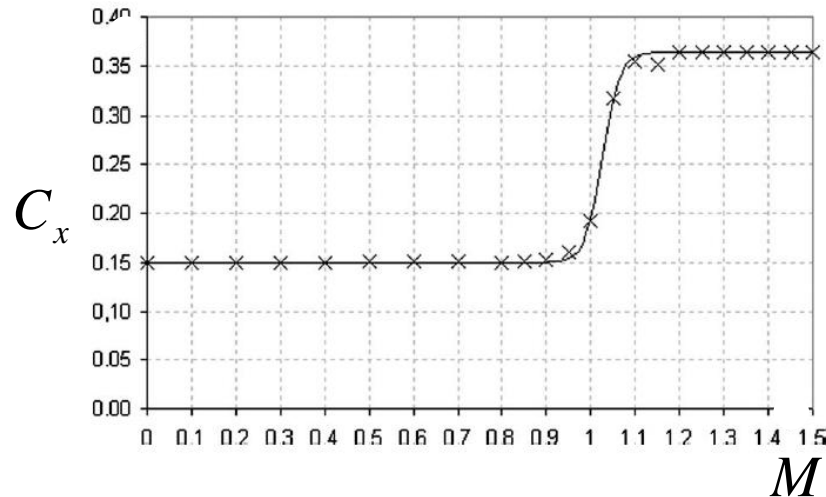
Figure 11.7 Augmentation de traînée en régime transsonique.

Source: A.Kermode, *Mécanique du vol*

Exemple de dépendance C_x en fonction de V

Cas d'une bombe Mk 82

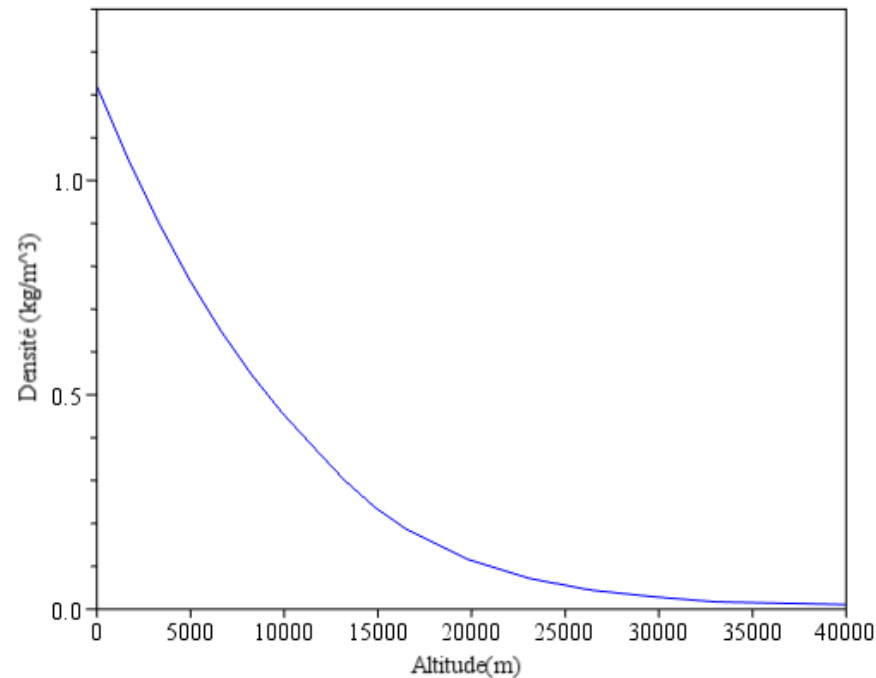
$$C_x(M) = 0.1499 + \frac{0.2139}{1 + e^{-51.3068(M-1.0262)}}$$



Source : J.Benacka, Am.J.Phys. **78** 616 (2009)

La densité ρ de l'air diminue avec l'altitude z

- Le saut démarre dans la stratosphère, à environ 40 km d'altitude.
- À cette altitude, la densité de l'air est environ 300 fois plus faible qu'au niveau de la mer !



Source : US Standard Atmosphere

La gravité g dépend de l'altitude z

La variation de la gravité doit-elle être prise en compte ?

$$F = G \frac{mm_T}{r^2}$$

$$G = 6.6742 \times 10^{-11} \text{ SI}$$
$$m_T = 5,9736 \times 10^{24} \text{ kg}$$
$$R_T = 6400 \text{ km}$$

$$g = G \frac{m_T}{(R_T + z)^2}$$

$$g(z) = g_0 \frac{R_T^2}{(R_T + z)^2}$$

$$\frac{g(h_0) - g_0}{g_0} = \frac{R_T^2}{(R_T + h_0)^2} - 1$$

A noter : g_0 dépend du lieu à la surface terrestre
(voir page suivante)

Soit environ 1% de diminution lorsqu'on passe de 40 km d'altitude au niveau de la mer
→ Conclusion : **on peut négliger la variation de g avec l'altitude et prendre $g=9.81\text{m/s}^{-2}$**

La composante descendante g_0 du champ g dépend du lieu

Une requête dans le moteur Wolfram Alpha peut être profitable
→ Exemple avec la requête « gravité Paris »

gravitational acceleration Paris, Ile-de-France

Gravitational field strength for Paris:

Show non-metric units

total field	9.81289 m/s ² (meters per second squared)
angular deviation from local vertical	0.00333° (degrees)
down component	9.81284 m/s ² (meters per second squared)
west component	4.2×10^{-4} m/s ² (meters per second squared)
south component	0.03267 m/s ² (meters per second squared)

(based on EGM2008 12th order model; 45 meters above sea level)

geogravity Paris ☆ ☰

[Examples](#) [Random](#)

- [Favorites](#)
- [History](#)
- [Preferences](#)
- [Downloads](#)
- [Uploads](#)
- [Account](#)

- Related Queries
- = [Madrid](#)
 - = [Paris vs Madrid](#)
 - = [capital cities of E...](#)
 - = [nearest tunnel](#)

Assuming Paris (France) | Use [Paris \(Texas, USA\)](#) or [more](#) instead


Input interpretation:
[gravitational acceleration](#) [Paris, Ile-de-France](#)

Gravitational field strength for Paris: [Show non-metric units](#)

total field	9.81289 m/s ² (meters per second squared)
angular deviation from local vertical	0.00333° (degrees)
down component	9.81284 m/s ² (meters per second squared)
west component	4.2 × 10 ⁻⁴ m/s ² (meters per second squared)
south component	0.03267 m/s ² (meters per second squared)

(based on EGM2008 12th order model; 45 meters above sea level)

Location: [World map](#) [Show coordinates](#)



[Satellite image](#) »

Computed by [Wolfram Mathematica](#) [Sources](#) [Download page](#)

Share: [✉](#) [🐦](#) [f](#) [📺](#) [more >>](#)

Access: [📱](#) [💻](#) [🖨](#) [⚙️](#)



WOLFRAM
is hiring!
[Find out more >>](#)

Related Links

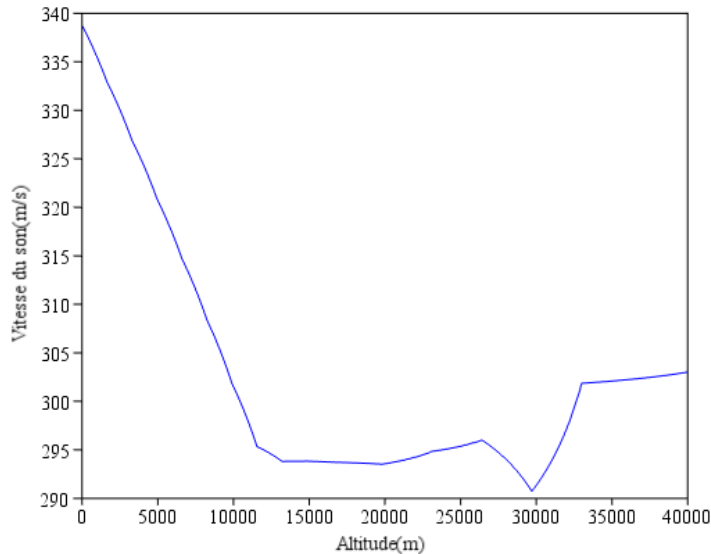
- = [Paris \(Wikipedia\)](#) »

Give us your feedback: [Send](#)

Franchir le mur du son

- « Franchir le mur du son » = atteindre la vitesse du son dans l'air (notée c)
- Cette vitesse dépend de la pression P et de la densité de l'air ρ
- Elle équivaut à atteindre Mach 1 (nombre de Mach M)

$$c = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \quad M = \frac{V}{c} \quad \gamma = 1.4$$



→ Il est donc **plus facile de dépasser Mach 1 à haute altitude**, car la vitesse du son dans l'air y est plus basse

Schéma d'Euler

- Résolution numérique de l'équation différentielle : schéma d'Euler
- On calcule les valeurs de v et z tous les $t=i\Delta t$

$$v_i = v_{i-1} + \Delta t(g - kv_{i-1}^2) \quad v_1 = 0$$
$$z_i = z_{i-1} - v_{i-1}\Delta t \quad z_1 = h_0$$

- On détermine v_i et z_i jusqu'à convergence des valeurs

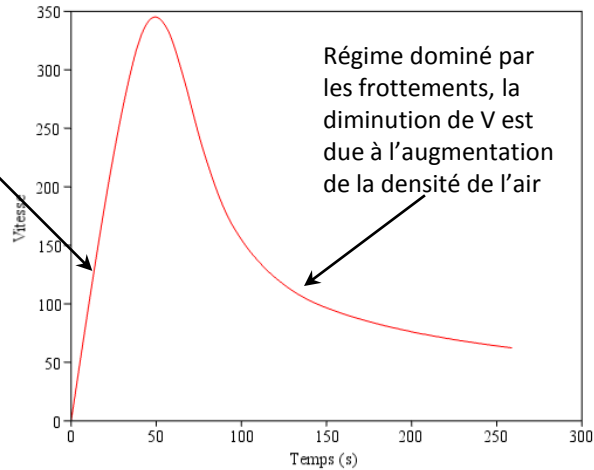
- Paramètres utilisés :

```
// Paramètres de la mission de Félix Baumgartner (Red Bull Stratos)
mp=80; // masse du parachutiste
me=27; // il ne faut pas oublier la masse de l'équipement // http://www.redbullstratos.com/technology/parachute/
m=mp+me; // masse totale
vmax=1357.64/3.6; // vitesse en m/s
vfinal=90; //200/3.6;
tvmax=50; //temps 45.5 s;
h0=38969.40; // altitude en m
hmin=2539; // altitude minimale atteinte
tmax=4*60+19; // en s, 4 min 19 s
S=1; // en m^2
Cx0=0.65;

// autres
ft=0.3048; // valeur du pied en m
g0=9.79227; // m.s-2, à Roswell, nouveau Mexique, composante vers le bas
RT=6356766; // rayon de la terre
gamadiat=1.4; // coeff adiabatique pour 1 gaz (noté gamma)
```

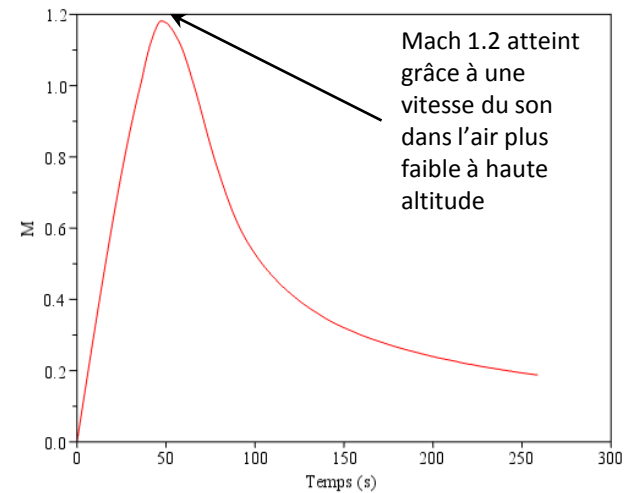
Résultats

Vitesse (m/s)

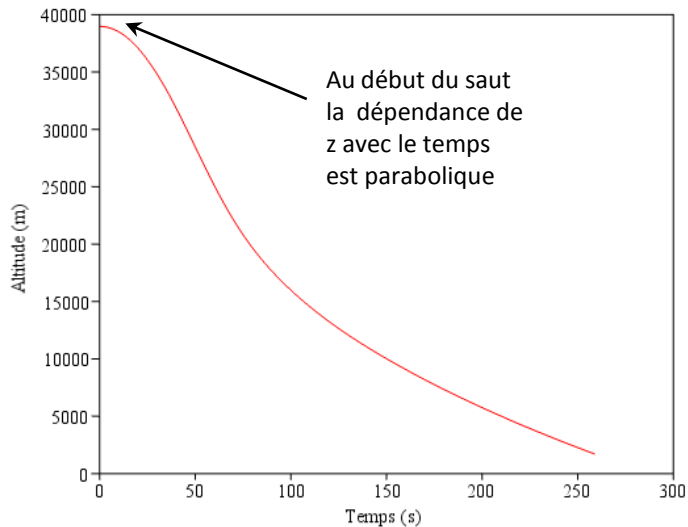


Au début du saut la situation est proche de la chute libre sans frottements

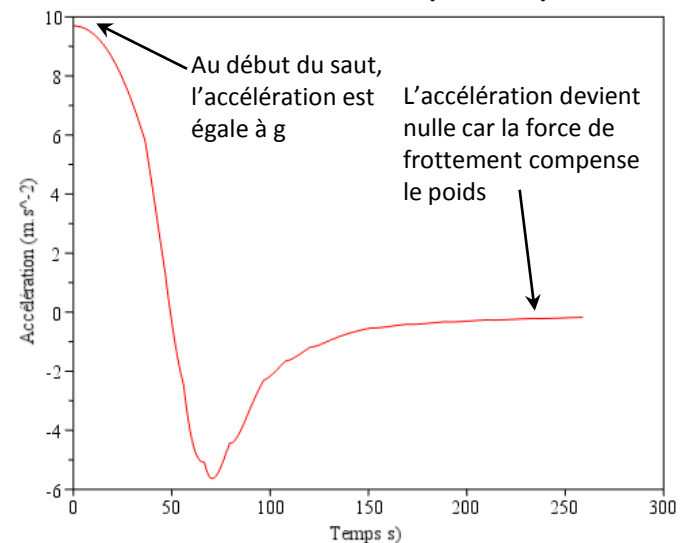
Nombre de Mach M



Altitude (m)



Accélération (m/s^2)



Bibliographie

- High-altitude free fall, P.Mohazzabi & J.H.Shea, Am.J.Phys. **64** 1242 (1996)
<http://link.aip.org/link/?AJP/64/1242/1>
- High-altitude free fall revised, J.Benacka, Am.J.Phys. **78** 616 (2009)
<http://link.aip.org/link/?AJP/78/616/1>
- Solving J. W. Kittinger's Excelsior III Jump in Excel, J.Benacka eJSiE **5** (2011)
<http://epublications.bond.edu.au/ejsie/vol5/iss1/1/>
- Dynamics of a skydiver
<http://www.phas.ubc.ca/~feizhou/phys100/Phys100%20L18BZhou.pdf>