

TP Résonateur de Helmholtz

Binôme :

Objectif : vérifier la relation entre la fréquence de résonance et le volume d'un résonateur de Helmholtz simple constitué par une bouteille en verre.

1 Le résonateur de Helmholtz

Un résonateur de Helmholtz simple est constitué par une cavité remplie d'air possédant une seule ouverture (voir figure 1).

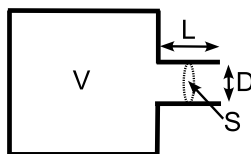


FIGURE 1 – Schéma d'un résonateur de Helmholtz.

Le principe physique est le suivant : lorsque de l'air est injecté dans une enceinte rigide, la pression augmente. Lorsque l'injection est stoppée, la pression tend à retourner vers son équilibre et l'air s'échappe. L'inertie de l'air tend à créer une dépression dans l'enceinte, ce qui produit à nouveau une injection d'air. La colonne d'air dans le col peut ainsi être vue comme une masse attachée à un ressort, le ressort étant constitué par l'air emprisonné dans la cavité.

La fréquence propre de vibration du résonateur s'écrit ¹

$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{V(L + L_{corr})}} \text{ avec } L_{corr} = \frac{16\sqrt{S}}{3\pi^{3/2}} \tag{1}$$

où c_0 est la vitesse du son dans l'air, S est la section du col de diamètre D , V est le volume de la cavité, L est la longueur du col et L_{corr} un terme correctif dû à la force de pression exercée par l'air extérieur.

La mise en mouvement de l'air peut se faire de deux manières : soit en soufflant sur le col de la bouteille (on passe d'un souffle continu à des oscillations entretenues grâce à la formation de turbulences au niveau de l'encolure), soit en débouchant d'un coup sec le goulot.

2 Mise en pratique

2.1 Etude préliminaire

- Déterminez la section S du goulot ainsi que son incertitude ΔS , puis déduisez-en la longueur de correction L_{corr} et son incertitude ΔL_{corr} (n'oubliez pas les unités).

1. M.Bruneau, manuel d'acoustique fondamentale, p.324-336

2. **Oscillations libres amorties** : enregistrez le signal produit par la bouteille vide lorsqu'on débouche le goulot brutalement (en engageant légèrement l'index dans le col et en le retirant brusquement). On observe des oscillations amorties possédant un temps caractéristique τ . Expliquez la méthode choisie pour déterminer τ . Connaissant la largeur de résonance Δf où $\tau = 1/\pi\Delta f$ et la fréquence des oscillations f_0 , en déduire le facteur de qualité de la résonance $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$.

2.2 Collecte des résultats expérimentaux

Remplir la bouteille avec de l'eau pour diminuer progressivement son volume libre V . Créer la résonance en soufflant sur le col, puis analyser le spectre du son obtenu. Le pic d'amplitude le plus élevé correspond à la fréquence de résonance de la bouteille. Évaluez sa fréquence f_0 et l'incertitude sur la fréquence Δf_0 (liée à la résolution fréquentielle). La formule (1) nous indique que $f \propto 1/\sqrt{V}$, avec $V = V_0 - V_{eau}$, où V_0 est le volume maximal de la cavité formée par la bouteille. Cette grandeur est *a priori* inconnue si la forme de la bouteille est compliquée. On peut montrer que $V_{eau} = \frac{C}{f^2} + V_0$, où

$$C = -\frac{c_0^2 S}{4\pi^2(L + L_{corr})}. \tag{2}$$

Remplir le tableau suivant, où une ligne équivaut aux résultats d'une mesure :

mesure	V_{eau} (mL)	ΔV_{eau} (mL)	f_0 (Hz)	Δf_0 (Hz)	$1/f_0^2$ (kHz ⁻²)	$2\Delta f_0/f_0^3$ (kHz ⁻²)
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

2.3 Comparaison des résultats expérimentaux avec la théorie

1. Tracez V_{eau} en fonction de $1/f_0^2$ sur le **graphique joint page 4**. Reportez si possible les barres d'erreur sur le graphique. Déduisez-en la pente C de la courbe et son ordonnée à l'origine V_0 .

2. On souhaite maintenant évaluer les incertitudes sur C et V_0 . Une méthode possible est d'utiliser un tableur comme Excel pour faire une régression linéaire sur les points expérimentaux. Une autre méthode est d'utiliser la méthode graphique des droites extrêmes (figure 2). Cette méthode permet d'estimer rapidement l'incertitude sur la pente $\Delta C = |C_{max} - C_{min}|/2$ et sur l'ordonnée à l'origine ΔV_0 .

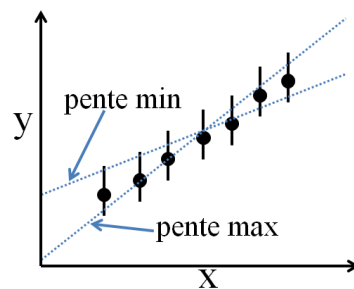


FIGURE 2 – Méthode des droites extrêmes.

3. Donner la formule de L en fonction de c_0 , S , C et L_{corr} (prendre $c_0 = 343.4$ m/s, valeur pour $T=20^\circ\text{C}$). La section S du goulot étant connue, calculer sa longueur L .

Donner ΔL en utilisant les formules de propagation des incertitudes, et calculer sa valeur.

3 Applications

1. Le λ_3 a été fixé à 440 Hz (mode fondamental du diapason). Quel est le volume d'eau nécessaire pour atteindre cette fréquence? Vérifier expérimentalement, et commenter une éventuelle différence.

2. Maintenant que les propriétés du résonateur sont connues, vous pouvez mesurer la vitesse du son dans l'air dans différentes conditions, via la fréquence de résonance. Est-on capable de distinguer la variation de la vitesse du son dans l'air, en été ($T=30^{\circ}\text{C}$) et en hiver ($T=10^{\circ}\text{C}$) ? La variation de vitesse avec la température sera calculée grâce aux formules du cours d'acoustique.

