

A.U. 2007/2008 – Examen de Physique de la Matière Condensée (MP024) du 1 juillet 2008

1. Etats électroniques des cristaux (prévoir 60 min env.)

1a. On considère un réseau carré simple en 2 dimensions, de paramètre de maille a . Dessiner la première zone de Brillouin (1ZB) pour ce réseau, en rappelant la définition de 1ZB et en spécifiant la direction et la norme des vecteurs de base et les coordonnées des points de symétrie.

1b. Pour ce même réseau, dans l'approximation des électrons libres, montrer que l'énergie ε_M de l'état au bord de la 1ZB selon la diagonale xy (point M) est le double de l'énergie de l'état ε_X au bord de la 1ZB selon l'axe x (point X). Répondre à l'aide du graphe de la relation de dispersion selon les deux directions xy et x .

1c. On considère maintenant ce même réseau dans l'approximation des électrons fortement liés. Dans cette approximation, on rappelle que, pour le cas simple d'un seul atome par maille et d'une seule fonction d'onde atomique par atome, φ_0 , la relation de dispersion est la suivante :

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \varepsilon_0 + \gamma + 4\beta[\cos(k_x a) + \cos(k_y a)]$$

où ε_0 est l'énergie correspondant à φ_0 pour l'atome isolé et β et γ sont deux constantes.

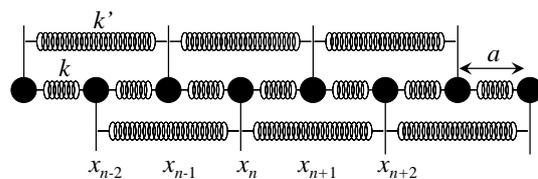
1c1. Rappeler la signification physique de β et γ et en discuter le signe. Discuter qualitativement à l'aide d'un graphe la dépendance de β et γ de la distance interatomique a .

1c2. Donner l'expression de la relation de dispersion ci-dessus et dessiner les courbes iso-énergétiques dans l'approximation $k_x a, k_y a \ll 1$.

1c3. Montrer que, dans cette approximation, les électrons se comportent comme s'ils étaient libres avec une certaine masse effective m^* . Déterminer l'expression de m^* et en calculer la valeur numérique pour $a = 3 \text{ \AA}$, $\beta = 1 \text{ eV}$.

2. Vibrations du réseau (prévoir 30 min env.)

On s'intéresse aux vibrations de la chaîne unidimensionnelle de N atomes égaux ($N \gg 1$) de la figure ci-contre, où a est le paramètre de maille et M la masse des atomes. Deux constantes de raideur k et k' expriment la force de rappel entre premiers et deuxièmes voisins, respectivement.



2a. On considère d'abord le cas simple où la constante k' est négligeable devant k . Ecrire l'équation du mouvement pour l'atome n en x_n et représenter la relation de dispersion résultante.

2b. Grâce au résultat précédent, donner l'expression de la vitesse du son pour ce système.

2c. Répondre aux questions **2a-b** dans le cas général, $k' \neq 0$.

3. Conductivité électrique d'un métal (*prévoir 30 min env.*)

La structure cristalline du sodium est cubique centré, avec paramètre de maille $a = 4.3 \text{ \AA}$.

3a. Supposant que l'approximation des électrons libres soit bien adaptée à ce système, estimer la densité électronique et la vitesse de Fermi, sachant que le sodium est monovalent.

3b. Sachant que la conductivité électrique à température ambiante est $\sigma_{300\text{K}} = 2 \times 10^7 \text{ \Omega}^{-1} \text{ m}^{-1}$ et grâce au résultat de la question **3a**, estimer le temps moyen de collision, τ , et le libre parcours moyen, ℓ , des électrons dans le cadre du modèle de Drude. Dire si le résultat obtenu pour ℓ est cohérent avec ce modèle.