1.1 Dimension de la viscosité absolue

$[\eta] = [\rho_H]\cdot[v]\cdot[d]\cdot[R_E] = ML^{-3}\cdot LT^{-1}\cdot L\cdot 1 = ML^{-1}\cdot T^{-1}$

Unité de η : kg m^{-1} s^{-1} ou Pa.s

1.2 Grandeurs physiques conservées : il y en a plusieurs évidemment, les pertinentes qui concernent le problème posé sont : la masse volumique ρ et le débit massique D_m. On en déduit que le débit volumique $D_v = D_m/\rho$ est aussi conservé.

Grandeur physique qui varie : la vitesse du fluide à cause de la pesanteur

Forme du filet d'huile : À cause de la gravité, les particules de fluide accélèrent au cours de leur chute. La vitesse de l'écoulement augmente donc au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'ouverture du robinet. Or, l'eau est un liquide incompressible, la conservation du débit massique implique la conservation du débit volumique

$$D_v = v_0\, S_0 = v\, S = C^{te}$$

Si v augmente alors S diminue, donc la section du filet d'eau diminue. Ce sont bien évidemment les forces de cohésion et de tension superficielle qui ont pour effet de resserrer le tube de courant.

1.3 Relation entre v_0, d_0 v_h et d_h :

$D_v = v_0\, S_0 = v_h\, S_h = v_0\, \pi\, (d_0)^2/4 = v_h\, \pi\, (d_h)^2/4$ d'où : $v_0\, (d_0)^2 = v_h\, (d_h)^2$

1.4 Explication de l'apparition des gouttelettes

Vous pouvez faire l'expérience chez vous : avec un débit pas trop élevé, vous constaterez qu'après 10 ou 15 cm de chute libre, le filet d'eau se fractionne et devient discontinu. La différence de vitesse entre deux particules de fluide successives est telle que la tension superficielle n'est plus suffisante pour assurer la cohésion du filet d'eau.

On peut aussi considérer qu'en deçà d'un certain rayon du tube de fluide, la tension superficielle qui tend à minimiser la surface d'un élément de fluide va favoriser la formation d'une goutte. On peut montrer que pour un même volume contenu, la surface d'une sphère est inférieure à la surface latérale d'un cylindre de rayon r_c et de hauteur h si $r_c < 2h/9$. Donc, dès que r_c/h atteint cette valeur seuil, la formation d'une goutte est énergétiquement plus favorable (minimiser la tension superficielle revient à minimiser l'énergie de surface, N.m^{-1} = J.m^{-2})

2.1 Énergie potentielle

$E_p(z) = m\, g\, z + K$ $E_p(0) = 0$ donc $K = 0$ $E_p(z) = m\, g\, z$

2.2 Vitesse de chute de la sphère

À partir de la conservation de l'énergie mécanique, on peut montrer que $v_{z=0} = \sqrt{2\, g\, h}$ (*formule de Torricelli*)

2.3 Forces auxquelles est soumise la goutte d'huile dans l'eau

La goutte d'huile est soumise à :

- son poids (dirigé vers le bas) : $\vec{P} = -\, m\, g\, \vec{e}_z = -\, \rho_{eau}\, V\, g\, \vec{e}_z$ V : volume de la goutte = $4/3\pi R^3$
- la poussée d'Archimède : $\vec{F}_A = +\, \rho_{eau}\, V\, g\, \vec{e}_z$

2.4 Expression vectorielle de la force résultante

$\vec{F}_R = \vec{P} + \vec{F}_A = -\, \rho_H\, V\, g\, \vec{e}_z + \rho_{eau}\, V\, g\, \vec{e}_z = (\rho_{eau} - \rho_H)\, V\, g\, \vec{e}_z = (\rho_{eau} - \rho_H)\, 4/3\pi R^3\, g\, \vec{e}_z$

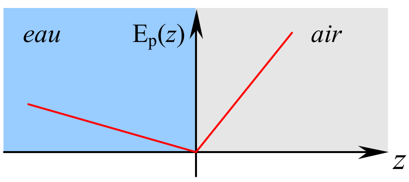
Le sens de $\vec{F}_R$ dépend du signe de $(\rho_{eau} - \rho_H)$. En l'occurrence, comme $\rho_{eau} > \rho_H$, $\vec{F}_R$ est donc dirigée vers le haut ; ce qui est logique puisque l'huile est moins dense que l'eau.

2.5 Énergie potentielle de la sphère dans l'eau

$$F_R = -\frac{d\,E_p}{dz} \quad \Rightarrow \quad E_p(z) = -\int F_R\, dz = -\int [(\rho_{eau} - \rho_H)\, V\, g]\, dz = -\, (\rho_{eau} - \rho_H)\, V\, g\, z + K$$

$$E_p(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad E_p(z) = -\, (\rho_{eau} - \rho_H)\, V\, g\, z$$

2.6 Graphe de $E_p(z)$



2.7 Profondeur à laquelle s'enfonce la goutte d'huile

On peut utiliser la conservation de l'énergie mécanique totale : $E_m(0) = E_m(z_{min})$

$E_m(0) = ½\, \rho_H\, V\, v^2_{z=0} = ½\, \rho_H\, V\, (2\, g\, h) = \rho_H\, V\, g\, h$

$E_m(z_{min}) = -\, (\rho_{eau} - \rho_H)\, V\, g\, z_{min}$

d'où : $z_{min} = -\, \rho_H\, h/(\rho_{eau} - \rho_H)$ **A.N.** : $z_{min} = -\, 0.8$ m

2.8 Travail des forces de frottement.

$W_F = \Delta E_m = E_m(z'_{min}) - E_m(0) = -\, (\rho_{eau} - \rho_H)\, V\, g\, z'_{min} - \rho_H\, V\, g\, h$

$W_F = \vec{F}\cdot\vec{AB} = F\cdot(0 - z'_{min}) = -\, F\, z'_{min}$ *avec* $z'_{min} = -\, 0.05$ m

d'où : $F = -\, (\rho_{eau} - \rho_H)\, V\, g - \rho_H\, V\, g\, \dfrac{h}{z'_{min}} = -\, 4/3\pi\, g\, R^3 \left[(\rho_{eau} - \rho_H) + \rho_H\, \dfrac{h}{z'_{min}}\right]$

A.N. : $F = -\, 4.905\ 10^{-3}$ N