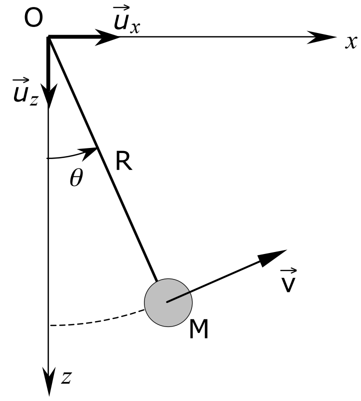
Section BGPC 12, LP104
Contrôle continu du 5 novembre 2010
Durée de l'épreuve : 2h00

Année 2010 – 2011

Seules sont autorisées les calculatrices non programmables et sans écran graphique de type « collège ».
Les téléphones portables doivent être éteints et rangés. Les documents de toute sorte sont interdits.
Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1 : Étude du pendule



On s'intéresse ici aux oscillations d'un pendule. Celui-ci est modélisé par un fil rigide et inextensible de longueur R attaché d'une part à un point O fixe, d'autre part à une bille de masse m.

On repère la position M de la bille par l'angle orienté θ entre l'axe vertical (Oz) orienté vers le bas et le fil (OM) (*voir schéma*).
On considère que le référentiel (Oxz) est galiléen et on néglige toute force de frottement.
Dans le cas d'oscillations de faible amplitude, on souhaite déterminer par analyse dimensionnelle la période T d'oscillation du pendule

1.1 Montrer qu'il est impossible de construire une période à partir des grandeurs caractéristiques R et m.

1.2 Donner alors, à une constante près, la période T sachant qu'elle ne dépend en fait que de R et de g l'accélération de la pesanteur terrestre.

1.3 Faire l'inventaire des forces subies par la bille et les représenter sur un schéma.

1.4 Parmi ces forces, une seule travaille. Laquelle et pourquoi ?

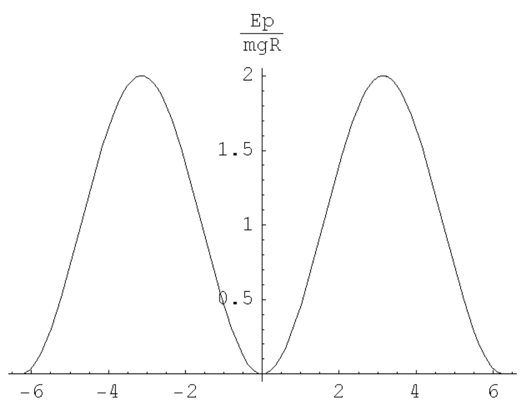
1.5 Que peut-on en déduire sur l'énergie mécanique du système au cours du mouvement ?

1.6 Exprimer le poids dans le repère $\{O, \vec{u}_x, \vec{u}_z\}$.

1.7 Sachant qu'une force conservative dérive d'une énergie potentielle ($\vec{P} = -\frac{dE_p}{dz}\vec{u}_z$), en déduire l'énergie potentielle E_p en fonction de z (on prendra $E_p(z = R) = 0$).

1.8 Exprimer z en fonction de R et θ puis en déduire une expression de l'énergie potentielle en fonction de θ (vous vérifierez bien que $E_p(\theta = 0) = 0$).

1.9 Donner l'expression de $\frac{E_p}{mgR}$ en fonction de θ.



On a représenté ci-contre l'énergie potentielle E_p en fonction de θ sur l'intervalle [-2π, 2π].

1.10 A l'aide de cette courbe, décrire qualitativement le mouvement du pendule lancé avec une vitesse initiale v_0 dans le sens des x depuis sa position initiale dans les 2 cas suivants :

a. si $E_M < 2\,mgR$
b. si $E_M > 2\,mgR$

Dans ce dernier cas, indiquer les positions d'équilibre et préciser s'il s'agit d'équilibres stables ou instables

On considère le cas où $E_M = 2\,mgR$.

1.11 Donner alors l'expression de l'énergie cinétique à l'instant initial (c.a.d. en $\theta = 0$).
En déduire l'expression de v_0. Vérifier que votre résultat est correctement dimensionné.

1.12 Sachant que $g = 10$ m.s^{-2} et $R = 10$ cm, calculer la valeur de v_0.

Tournez la page, s.v.p.

Partie 2 : La montée de l'Alpe d'Huez

On s'intéresse à la puissance fournie par les cyclistes pendant la célèbre montée de l'Alpe d'Huez. Le trajet sera assimilé à un trajet rectiligne de longueur $\Delta\ell$ = 13.8 km parcouru à une vitesse constante $\boldsymbol{v}$. Les altitudes de départ et d'arrivée sont respectivement 717 m et 1804 m.

On considérera les forces non conservatives auxquelles est soumis l'ensemble (cycliste + vélo). Dans le modèle considéré, ces forces dissipatives sont :

- la résistance de l'air, dépendant de la vitesse selon la relation $F_{AIR} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot Cx \cdot S \cdot v^2$

  où : ρ_{air} est la masse volumique de l'air, $\rho_{air} = 1.2\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

  Cx est le coefficient de trainée,

  S est la surface apparente du cycliste dans la direction du déplacement,

  v est la vitesse du cycliste.
- les frottements liés au contact des roues sur le sol et proportionnels au poids P : $F_{FR} = f_D\, m\, g$

  où : f_D est le coefficient de frottement dynamique, $f_D = 0.01$ S.I.

  m est la masse de l'ensemble (cycliste + vélo), $m = 70$ kg

  g est la constante de pesanteur terrestre, $g = 9.81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

2.1 Calculer $\boldsymbol{\theta}$, la pente de la trajectoire (celle-ci sera exprimée en radian).

2.2 Quelles sont les dimensions des coefficients Cx et f_D (*justifier*)

On cherche à estimer l'influence des forces dissipatives. L'ensemble (cycliste + vélo) arrive au pied de la pente avec la vitesse $v_0 = 43.2\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

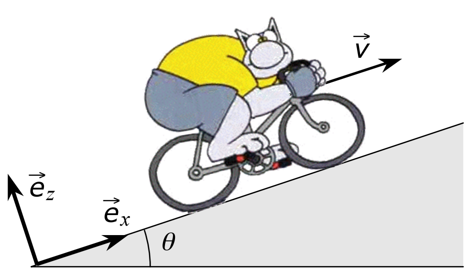
2.3 Calculer la hauteur maximale à laquelle le cycliste arrivera avec un tel élan si on considère les frottements comme négligeables (on précisera le théorème utilisé).

2.4 Calculer l'intensité des forces F_{AIR} et F_{FR} (*on prendra* $Cx \cdot S = 0.40$ S.I. *et* $v = v_0 = 43.2\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$).

2.5 En utilisant le théorème de l'énergie mécanique, calculer la hauteur maximale à laquelle le cycliste arrivera avec un tel élan si on ne tient compte que des frottements liés au contact des roues sur le sol.

On considère maintenant l'ascension du cycliste à vitesse constante.
Durant cette ascension, le sportif exerce une force $\vec{F}$ parallèle au déplacement.

2.6 Représenter schématiquement **<u>toutes</u>** les forces auxquelles est soumis l'ensemble (cycliste + vélo)



2.7 Écrire la relation fondamentale de la dynamique
Projeter cette équation vectorielle selon les directions $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_z$.

Le trajet complet est parcouru pendant la durée Δt = 40 min.

2.8 Établir l'expression de la vitesse de parcours v. Calculer v.

2.9 Exprimer le travail effectué par le cycliste en fonction de P, θ, F_{AIR}, F_{FR}, et $\Delta\ell$.
Calculer ce travail (*on prendra* $Cx \cdot S = 0.40$ S.I.).

2.10 Exprimer la puissance du cycliste en fonction de P, θ, F_{AIR}, F_{FR} et v.
Calculer cette puissance.