4 DES COLLISIONS À LA PRESSION

Dans ce chapitre, nous allons montrer la relation qu'il existe entre la pression d'un gaz et la vitesse des particules qui composent ce gaz.

Dans un premier temps, nous aborderons la conservation de la quantité de mouvement. Nous l'appliquerons ensuite à l'étude des chocs élastiques et inélastiques.
Enfin, nous aborderons la théorie cinétique des gaz.

4.1 Quantité de mouvement

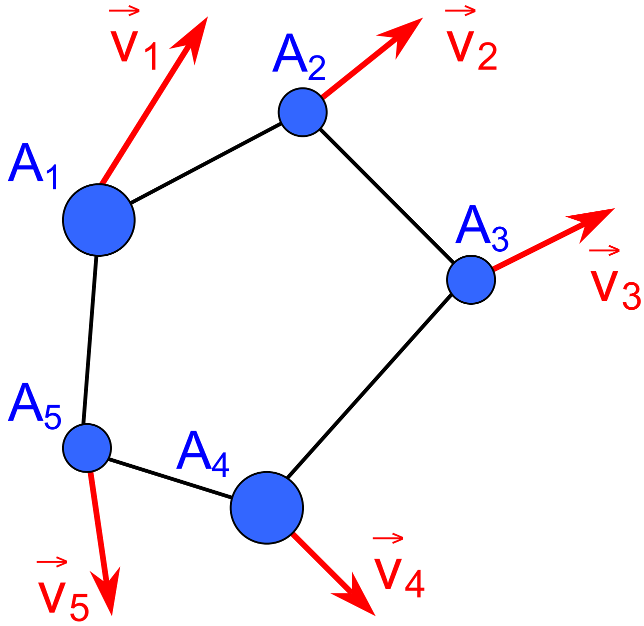
Rappel :
Pour une particule matérielle, la quantité de mouvement est une grandeur vectorielle définie par :

$$\vec{p} = m\,\vec{v}$$

où m est la masse de l'objet et $\vec{v}$ sa vitesse instantanée

4.1.1 Quantité de mouvement pour un ensemble de particules matérielles

On considère un ensemble de particules matérielles $\mathbf{A}_i$ de masse $\mathbf{m}_i$:



Pour un système de points matériels $\mathbf{A}_i$ de masses $\mathbf{m}_i$,et de vitesses $\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{i}$, la quantité de mouvement est la somme vectorielle des quantités de mouvement individuelles :

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{N} m_i \, \vec{v}_i$$

Le point O étant choisi comme origine fixe, on peut écrire :

$$\vec{v}_i = \frac{d\overrightarrow{OA_i}}{dt}$$

d'où

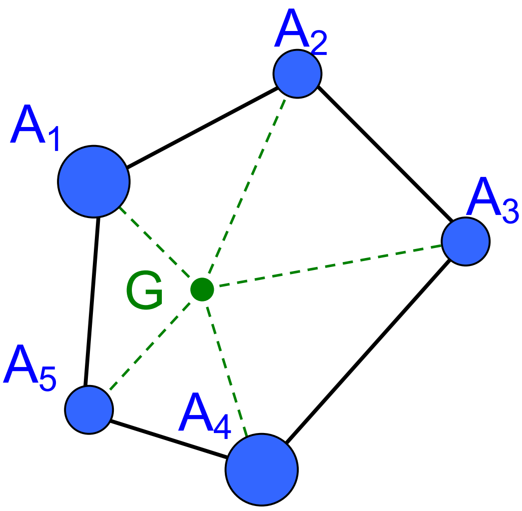
$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\overrightarrow{OA_i}}{dt}$$

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} \frac{d}{dt}\left(m_i \overrightarrow{OA_i}\right)$$

$$\vec{p} = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{OA_i}\right)$$

On introduit la notion de barycentre / centre de gravité : le point G est défini par ;

$$\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{GA_i} = \vec{0}$$



Dans ce cas, comme $\overrightarrow{OA_i} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GA_i}$:

$$\vec{p} = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{OG} + \underbrace{\sum_{i=1}^{N} m_i \overrightarrow{GA_i}}_{\vec{0}}\right)$$

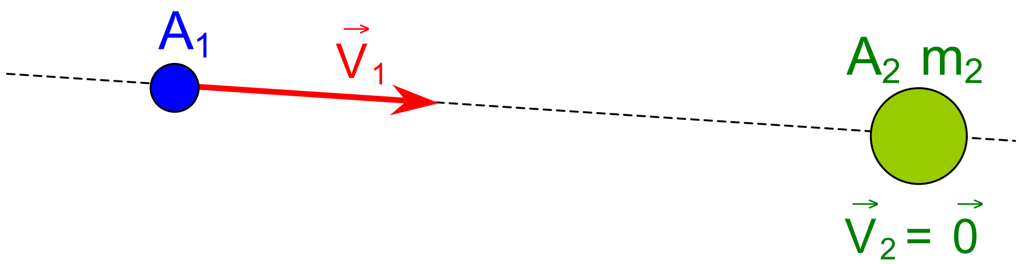
La quantité de mouvement de l'ensemble est donc :

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{N} m_i \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot \overrightarrow{V_G}$$

où $\overrightarrow{V_G}$ est la vitesse du barycentre / centre de gravité.

Remarque

Un système de particules en mouvement peut-être constitué de particules liées les unes aux autres (cas de l'exemple choisi) mais aussi de particules totalement dissociées :



Exemple : collision de deux particules.

4.1.2 Variation de la quantité de mouvement pour un ensemble de particules matérielles

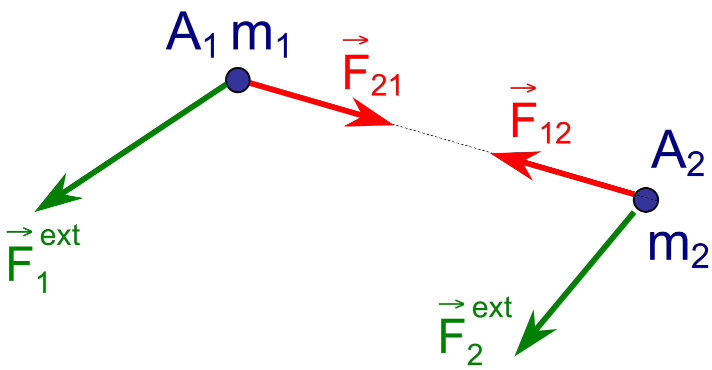
Nous venons de considérer qu'un système de particules matérielles pouvait consister en :

- un ensemble de particules liées les unes aux autres par des forces internes au système,
- un ensemble de particules indépendantes.

On sait par ailleurs qu'une variation de quantité de mouvement d'un objet est due à une force extérieure.

Est-ce que les forces internes au système, mais qui s'appliquent sur chaque particules individuelles, jouent un rôle dans la variation de quantité de mouvement ?

Considérons le système constitué de deux particules matérielles A_1 (masse m_1) et A_2 (masse m_2) liées par des forces d'interactions :



A_1 et A_2 exercent l'une sur l'autre des forces d'interactions attractives réciproques (3ème loi de Newton)

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

A_1 et A_2 sont par ailleurs soumises à deux forces extérieures $\vec{F}_1^{ext}$ et $\vec{F}_2^{ext}$.

Pour chaque particule matérielle, la relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_1^{ext} \quad \text{et} \quad \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_2^{ext}$$

La quantité de mouvement de l'ensemble ($A_1 + A_2$) est :

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

Pour l'ensemble (A_1 + A_2), la relation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \qquad = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_1^{ext} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_2^{ext}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1^{ext} + \vec{F}_2^{ext}$$

Seules les forces extérieures au système peuvent induire une variation de la quantité de mouvement.

⇒ Il ne sert à rien de souffler sur les voiles d'un bateau pour le faire avancer !

4.2 Conservation de la quantité de mouvement

Nous avons vu que la relation fondamentale de la dynamique (RFD) s'écrivait :

$$\sum \vec{F}_{ext}^{\,i} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Si un système est isolé, qu'il ne subit aucune forces extérieures (système isolé) ou que la somme de celles-ci est nulle (système pseudo-isolé), alors cette condition se traduit par :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}^{\,i} = \vec{0}$$

autrement dit, la quantité de mouvement ne varie pas dans le temps et reste constante.

4.2.1 Applications de la conservation de la quantité de mouvement

4.2.1.1 "Explosion" d'un système

On considère l'exemple d'une balle tirée par un fusil.

Initialement, le système (fusil + balle) est immobile, la quantité de mouvement de l'ensemble est donc nulle :

$$\vec{p} = \vec{p}_F + \vec{p}_B = \vec{0}$$

à t = 0 :

Quand la balle part, le fusil se déplace dans le sens inverse : c’est le recul :

La quantité de mouvement totale du système est alors :

$$\vec{p}' = \vec{p}'_F + \vec{p}'_B = m_F \, \vec{v}'_F + m_B \, \vec{v}'_B$$

La conservation de la quantité de mouvement impose :

$$\vec{p} = \vec{p}'$$

soit : $m_F \, \vec{v}'_F + m_B \, \vec{v}'_B = \vec{0}$

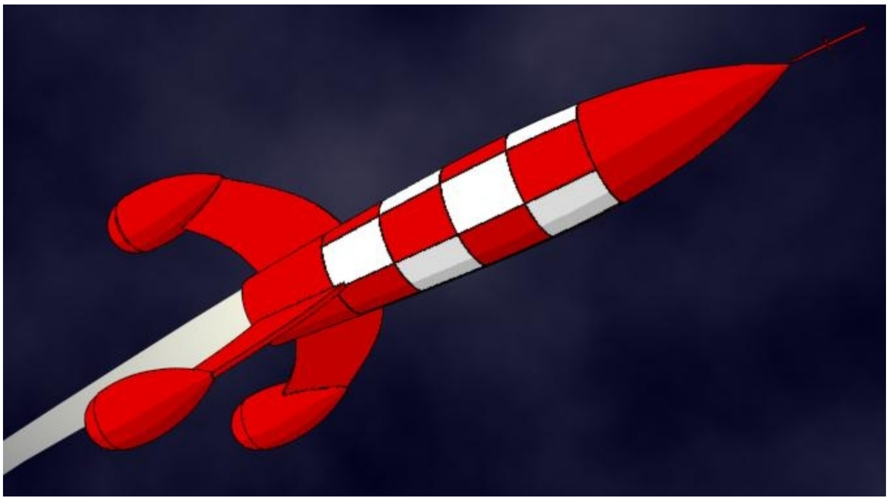
donc $\vec{v}'_F = -\dfrac{m_B}{m_F} \, \vec{v}'_B$

Autres exemples :

- recul des chars, canon,
- recul des noyaux lors des désintégrations β
- avions à réaction, fusées

4.2.1.2 Mouvement d'une fusée

On considère une fusée en mouvement dans l'espace. Contrairement aux avions à hélice, une fusée n'a pas besoin d'atmosphère pour se mouvoir.

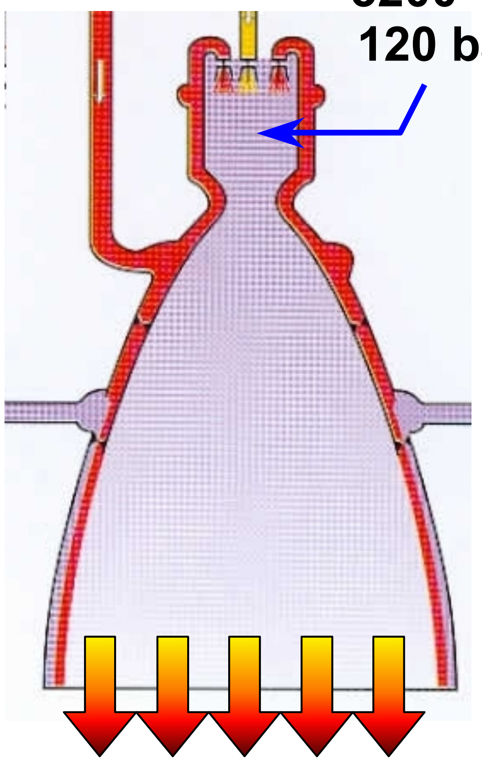


Ce mode de propulsion est basé sur le principe de l'action et la réaction :

$2\ H_2 + O_2 \rightarrow 2\ H_20$

3200 °C

120 bar



- la fusée expulse du gaz résultant d'une combustion avec un grand débit massique et à très grande vitesse et avec une importante quantité de mouvement ;
- la fusée avance donc dans le sens opposé avec la même quantité de mouvement (en valeur absolue).

Examinons ce qui se passe au cours du temps :

À l'instant *t* :

m

La fusée a une masse *m* et vole à la vitesse $\vec{v}_F$ (dans un référentiel supposé galiléen). Sa quantité de mouvement est donc :

$$p(t) = m\,v$$

À l'instant t + dt

$m - q\cdot dt$

Entre l'instant *t* et l'instant *t* + *dt*, la fusée a éjecté des gaz de combustion avec le débit massique *q* et à la vitesse $\vec{v}_e$ (mesurée dans le référentiel de la fusée).

Il en résulte :

- une accélération : $\vec{v} \rightarrow \vec{v} + d\vec{v}$.
- une perte de masse : $m \rightarrow m - q\cdot dt$.

Dans le référentiel terrestre, la quantité de mouvement de l'ensemble (fusée + gaz) est donc :

$$p(t + dt) = \underbrace{(m - q\cdot dt)\cdot(v + dv)}_{\text{fusée}} + \underbrace{q\cdot dt\cdot(v + dv - v_e)}_{\text{gaz}}$$

Le système étant isolé, la conservation de la quantité de mouvement entre les instants l'instant *t* et *t* + *dt* implique :

$$\vec{p}(t + dt) = \vec{p}(t)$$

d'où :

$$m \cdot v = m \cdot v + m \cdot dv - q \cdot dt \cdot (v + dv) + q \cdot dt \cdot (v + dv) - q \cdot dt \cdot v_e$$

soit :

$$m \frac{dv}{dt} = q \cdot v_e$$

La grandeur $q \cdot v_e$ est homogène à une force, il s'agit de la poussée de la fusée.

À titre d'exemple, le moteur Vulcain 2 de la fusée Ariane 5 a pour caractéristiques :

- $q = 320 \text{ kg s}^{-1}$
- $v_e = 4200 \text{ m s}^{-1}$
- F = 1350 kN (135 t)

Ce moteur ne contribue que pour 20% de la poussée au décollage. Ce sont les deux boosters latéraux qui permettent de faire décoller la fusée qui pèse 780 t au décollage !

En effet, la fusée ne peut décoller que si la poussée délivrée par les moteurs est supérieure à son poids.

Quelle vitesse peut-on espérer atteindre ?

Nous avons établi précédemment la relation entre la poussée et la variation de vitesse :

$$m\,\frac{dv}{dt} = q \cdot v_e$$

avec q : débit massique de gaz : $q = -\dfrac{dm}{dt}$

d'où :

$$m\,\frac{dv}{dt} = -\frac{dm}{dt} \cdot v_e$$

Une augmentation de vitesse ($dv > 0$) résulte forcément d'une perte de masse (éjection des gaz) d'où le signe –.

$$m\,dv = -\,dm \cdot v_e$$

$$dv - -\frac{dm}{m} \cdot v_e$$

$$\int_0^{v(t)} dv = -\,v_e \int_{M_0}^{M(t)} \frac{dm}{m}$$

$$v(t) = -\,v_e \cdot \ln\left(\frac{M_0}{M(t)}\right)$$

Pour augmenter la vitesse, deux solutions :

- augmenter la vitesse d'éjection des gaz
- augmenter le rapport charge utile (satellite / carburant) sur masse à vide de la fusée.

4.3 Chocs élastiques – chocs inélastique

Quand deux solides ou deux particules entrent en collision, deux principaux cas de figures surviennent :

- **choc élastique** avec conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique du système ;
- **choc inélastique** avec conservation de la quantité de mouvement et non-conservation de l'énergie mécanique du système.

4.3.1 Chocs élastiques

Chocs directs élastiques (sur un axe – à une dimension)

Nous allons traiter des cas simples pour lesquels les mouvements des objets se font le long d'une droite.

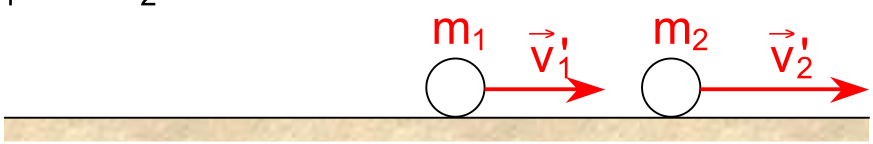
On considère deux objets de masse m_1 et m_2 entrant en collision :

- avant le choc :

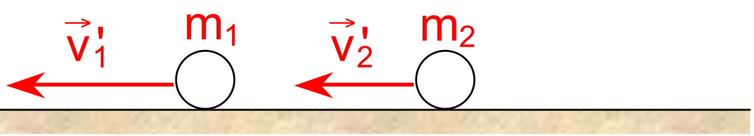
- après le choc :

Plusieurs cas de figure peuvent se présenter en fonction des rapports entre les masses m_1 et m_2 (en considérant que v_1 proche de v_2) :

○ Si $m_1 >> m_2$:



○ Si $m_2 >> m_1$:



La conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\vec{p} = m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = \vec{p}' = m_1\,\vec{v}'_1 + m_2\,\vec{v}'_2$$

En projetant sur l'axe des x :

$$m_1\,v_1 + m_2\,v_2 = m_1\,v'_1 + m_2\,v'_2 \qquad (1)$$

Compte tenu des deux exemples ci-dessus, il apparaît qu'on ne peut pas décider a priori du sens des vecteurs vitesses $\vec{v}'_1$ et $\vec{v}'_2$. v'_1 et v'_2 sont donc des quantités algébriques positives ou négatives; leur signe final indiquera le sens de parcours des mobiles.

La conservation de l'énergie mécanique du système s'écrit :

$$E_m = \frac{1}{2}\,m_1\,v_1^2 + \frac{1}{2}\,m_2\,v_2^2 = E'_m = \frac{1}{2}\,m_1\,v_1'^2 + \frac{1}{2}\,m_2\,v_2'^2 \quad (2)$$

Le système constitué des deux équations (1) et (2) nous permet de déterminer les inconnues v'_1 et v'_2.

L’ équation (1) peut s’écrire :

$$m_1\,(v_1 - v'_1) = m_2\,(v'_2 - v_2) \qquad (1')$$

L’ équation (2) peut s’écrire :

$$m_1\,(v_1^2 - v'^2_1) = m_2\,(v'^2_2 - v_2^2)$$

ou encore :

$$m_1(v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) = m_2(v'_2 - v_2)(v'_2 + v_2) \qquad (2')$$

En divisant (2’) par (1’); il vient :

$$v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2 \qquad (3)$$

ou encore :

$$v'_2 = v'_1 + v_1 - v_2 \qquad (3.a)$$

$$v'_1 = v'_2 + v_2 - v_1 \qquad (3.b)$$

En remplaçant les expressions de v'_2 et de v'_1 dans (1’), on obtient :

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\,v_1 + \frac{2\,m_2}{m_1 + m_2}\,v_2$$

et

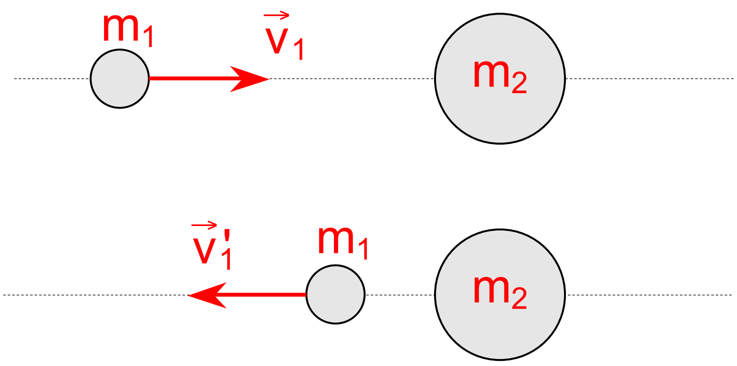
$$v'_2 = \frac{2\,m_1}{m_1 + m_2}\,v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\,v_2$$

On effectue un changement de repère galiléen en se plaçant dans le repère où la vitesse de m_2 est nulle.

Dans le nouveau repère; les vitesses des masses sont :

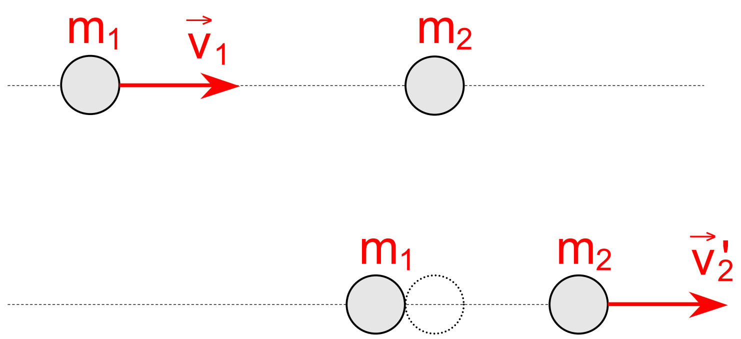
$$\vec{V}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \qquad V_1 = v_1 + v_2 \qquad V_2 = 0$$

- Si $m_1 << m_2$: $\quad V'_1 \approx - V_1 \qquad V'_2 \approx 0$



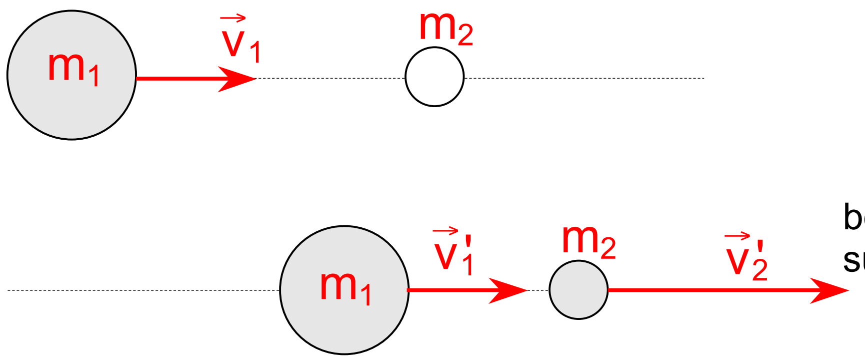
balle ping-pong sur boule de pétanque

- Si $m_1 = m_2$: $\quad V'_1 = 0 \qquad V'_2 \approx V_1$



"carreau" à la pétanque

- Si $m_1 >> m_2$: $\quad V'_1 \approx V_1 \qquad V'_2 \approx 2\, V_1$



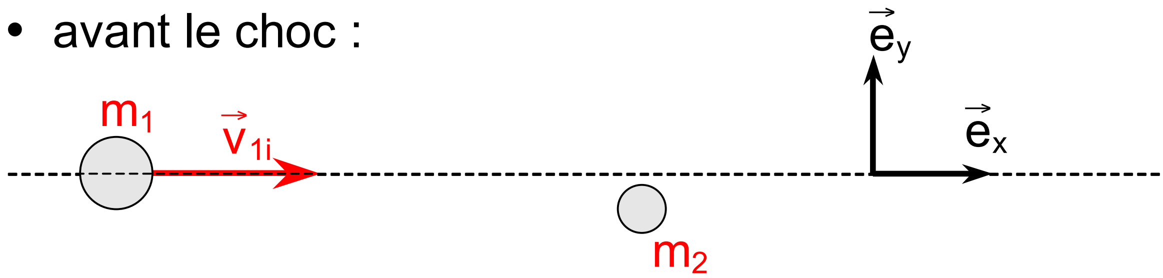
boule de pétanque sur balle ping-pong

http://subaru2.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/meca/chocs.html

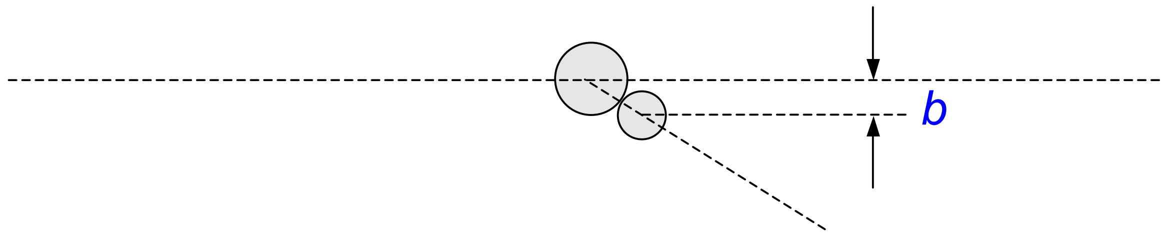
Chocs élastiques quelconques (non directs)

Nous allons traiter des cas légèrement plus compliqués pour lesquels les mouvements des objets sont quelconques. On considère deux objets sphériques de masses m_1 et m_2 entrant en collision (billard) :

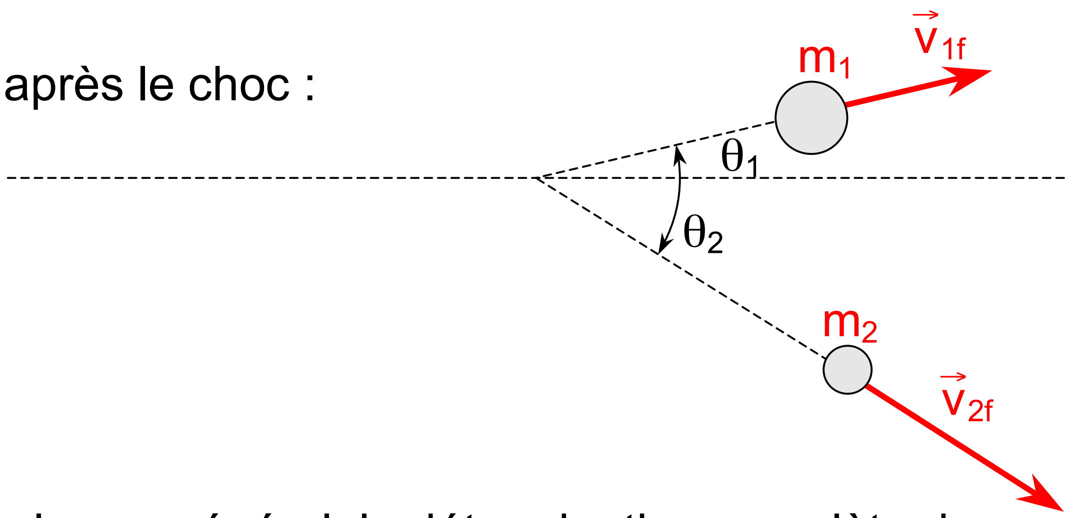
- avant le choc :



- au moment du choc :



- après le choc :



Dans le cas général, la détermination complète des vecteurs $\vec{v}_{1f}$ et $\vec{v}_{2f}$ (4 inconnues) n'est pas triviale. Les trajectoires après le choc dépendent des tailles et masses des objets et du paramètre d'impact *b*.

Une simulation numérique permettant de voir l'influence des différents paramètres est accessible à l'adresse suivante :

http://subaru2.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/meca/chocs2d.html

Grâce aux conservations de la quantité de mouvement et de l'énergie mécanique, il est possible de relier certaines inconnues :

• La conservation de la quantité de mouvement implique :

$$\vec{p}_{1i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} \Leftrightarrow \quad m_1 \vec{v}_{1i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f} \qquad (1)$$

$\Rightarrow$ les vitesses sont dans le même plan

$\Rightarrow$ les trajectoires des corps sont dans le même plan

• La conservation de l'énergie mécanique implique :

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \qquad (2)$$

• On élève (1) au carré :

$$m_1^2 v_{1i}^2 = m_1^2 v_{1f}^2 + m_2^2 v_{2f}^2 + 2 m_1 m_2 v_{1f} v_{2f} \cos\theta \qquad (1')$$

avec θ angle entre $\vec{p}_{1f}$ et $\vec{p}_{2f}$ $\quad \theta = \theta_1 - \theta_2$

• On multiplie (2) par 2 m_1 :

$$m_1^2 v_{1i}^2 = m_1^2 v_{1f}^2 + m_1 m_2 v_{2f}^2 \qquad (2')$$

• On soustrait (2') à (1') :

$$m_2^2 v_{2f}^2 - m_1 m_2 v_{2f}^2 + 2 m_1 m_2 v_{1f} v_{2f} \cos\theta = 0$$

• d'où :

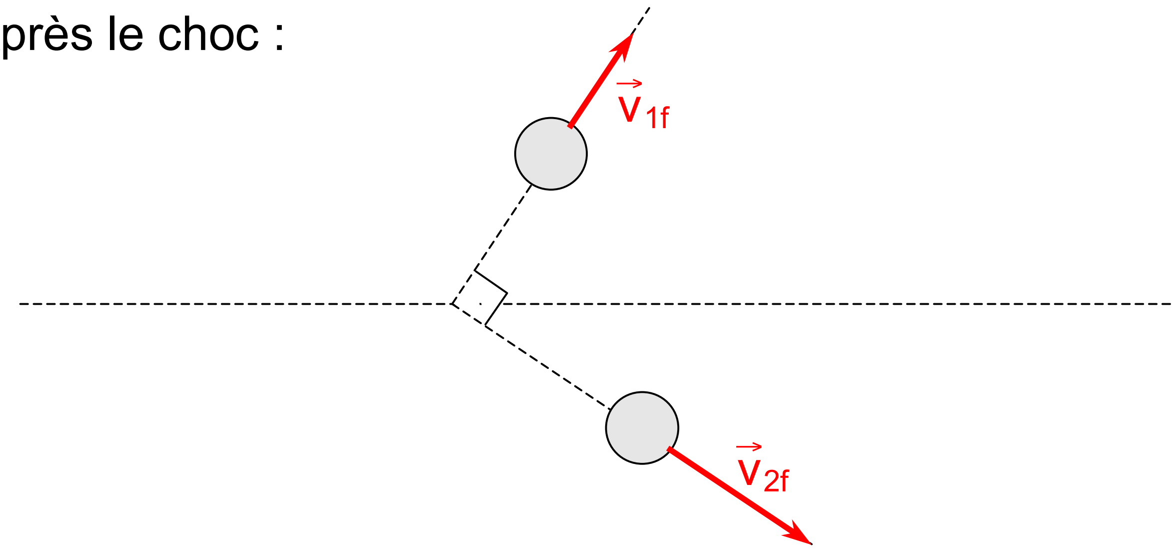
$$\cos\theta = \frac{(m_1 - m_2)\cdot v_{2f}}{2\, m_1\, v_{1f}}$$

Il apparaît ainsi que si les deux masses sont identiques $m_1 = m_2 = m$, la géométrie du système est simplifiée :

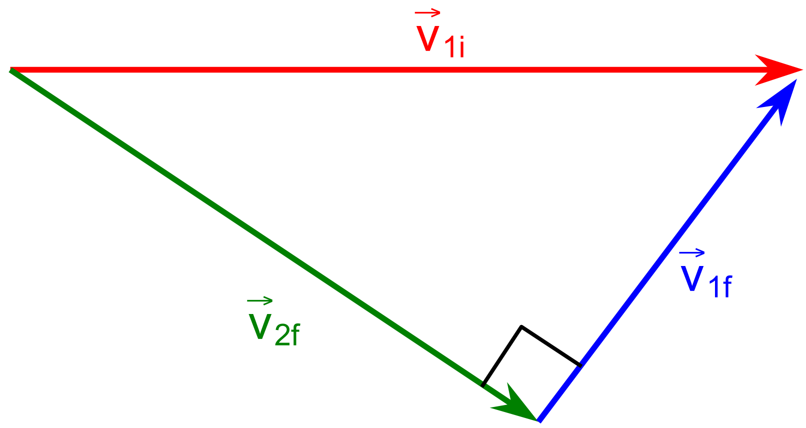
$$\cos\theta = 0 \qquad \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

Examinons ce cas de figure particulier

Après le choc :



$\Rightarrow$ les vecteurs $\vec{v}_{1i}$, $\vec{v}_{1f}$ et $\vec{v}_{2f}$ forment un triangle rectangle :



Remarque :

La conservation de la quantité de mouvement au cours du choc implique que la vitesse du centre de gravité de l'ensemble constitué par les deux boules est constante.

Voir les applets concernant ce point:

http://subaru2.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/meca/chocs.html

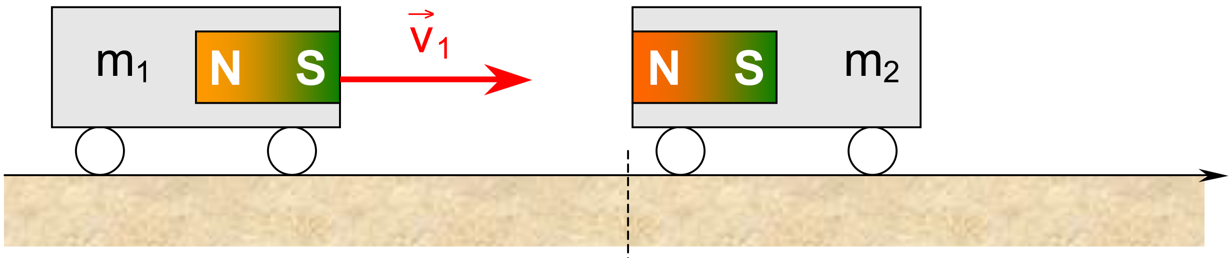
http://subaru2.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/meca/chocs2d.html

4.3.2 Chocs inélastiques

Choc inélastique parfaitement mou

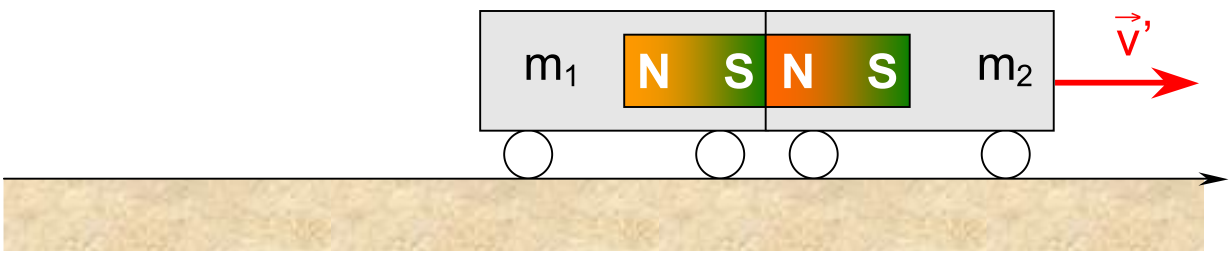
On considère le cas de deux wagonnets susceptibles de s'accrocher à la suite d'une collision (cf. TP):

Avant le choc :



$$\vec{p} = m_1\, \vec{v}_1$$

Après le choc :



$$\vec{p}\,' = (\, m_1 + m_2\,)\, \vec{v}\,' \qquad (1)$$

d'où, d'après le principe la conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{v}\,' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\, \vec{v}_1 \qquad (1')$$

Qu'en est-il de la conservation de l'énergie dans ce cas ?

Du point de vue énergétique :

• avant le choc :

$$E_m = E_c = \frac{1}{2} m\, v_1^2 \qquad (2)$$

• après le choc :

$$E'_m = E'_c = \frac{1}{2} (\, m_1 + m_2\,)\, v'^2 \qquad (3)$$

Cette dernière équation peut être réécrite en tenant compte de l'équation (1') :

$$E'_m = \frac{1}{2} (\, m_1 + m_2\,) \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \right)^2$$

$$E'_m = \frac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} v_1^2$$

La variation d'énergie mécanique est donc :

$$\Delta E_m = E'_m - E_m = \Delta E_c = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2 \qquad < 0$$

Il y a donc une perte d'énergie mécanique au cours de ce choc parfaitement mou : il n'y a pas conservation de l'énergie mécanique.

Cette énergie est dissipée sous forme :

- de chaleur (→ énergie interne)
- de déformation (→ travail).

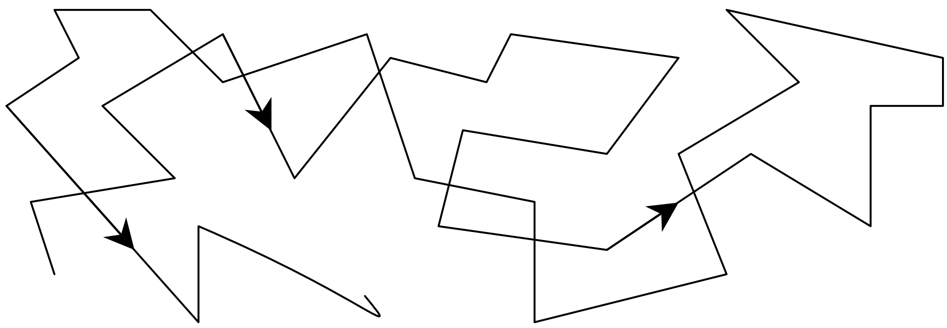
4.4 Théorie cinétique des gaz parfaits

4.4.1 Notion de gaz parfait

Rappel :

Dans un gaz supposé parfait :

- les molécules / atomes sont des sphères dures dont le diamètre est négligeable devant les distances inter-moléculaires / inter-atomiques.
- les interactions sont de courte portée (<1 nm) et **élastiques**.
- entre deux collisions, les molécules ont des trajectoires rectilignes : mouvement brownien



- Les molécules se répartissent uniformément dans tout le volume offert.

Leur vitesse est isotrope, elle ne dépend pas d'une direction particulière

4.4.2 Équation d'état d'un gaz parfait

Les considérations précédentes permettent de décrire correctement les gaz réels si leur masse volumique ou la pression sont faibles.

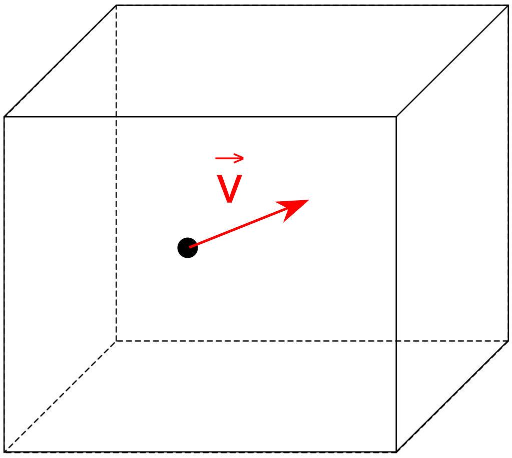
Dans ce cas, la pression, le volume et la température du gaz sont reliés par :

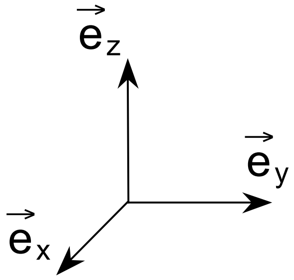
$$p\,V = n\,R\,T$$

- p : pression (Pa)
- V : volume (m^3)
- n : nombre de mol de molécules (N / N_A)
- R : constante des gaz parfait ($R = 8.32$ J K^{-1})
- T : température (K)

4.4.3 Vitesse moyenne des molécules

On considère une enceinte immobile contenant un gaz.





La vitesse d'une molécule est :

$$\vec{v} = v_x\,\vec{e}_x + v_y\,\vec{e}_y + v_z\,\vec{e}_z$$

$\Rightarrow$ la vitesse moyenne de **toutes** les molécules est :

$$<\vec{v}> = \vec{0}$$

<X> : moyenne de la grandeur X

• Par contre, la norme de la vitesse **individuelle** des particules est non-nulle :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

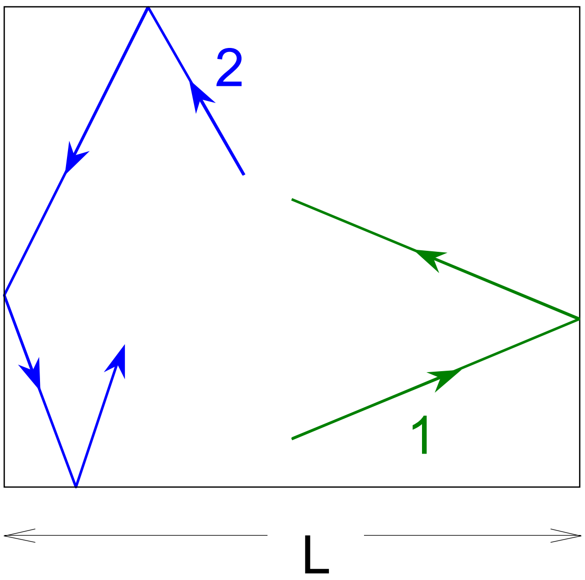
Les différentes directions du vecteur $\vec{v}$ de chaque particule sont **équiprobables** :

$$< v_x^2 > = < v_y^2 > = < v_z^2 > = \tfrac{1}{3} < v^2 >$$

4.4.4 Pression

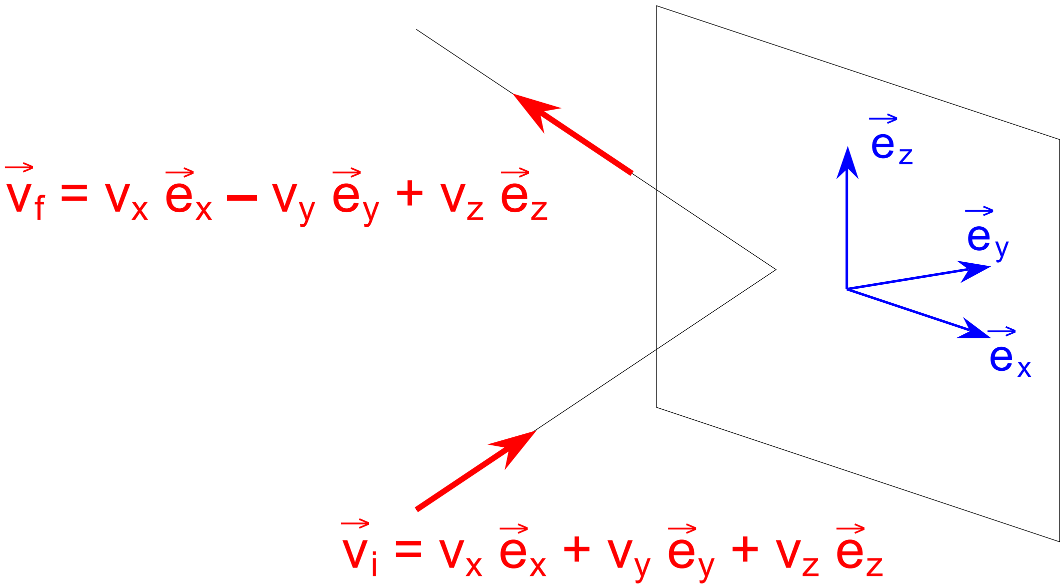
La pression exercée par le gaz sur les parois de l'enceinte résulte des chocs des molécules sur la paroi.

Soit une enceinte de volume V contenant N molécules



Nombre de molécules par unité de volume : $\frac{N}{V}$

On s'intéresse à la particule #1 et à sa collision avec la paroi :



- Effectuons le bilan des quantités de mouvement du système (molécule + paroi) :
  - Avant le choc : $\vec{p}_i = \vec{p}^{\,i}_{paroi} + \vec{p}^{\,i}_{moléc}$
  - Après le choc : $\vec{p}_f = \vec{p}^{\,f}_{paroi} + \vec{p}^{\,f}_{moléc}$

- Pour la paroi; la variation de quantité de mouvement est :

$$\Delta\vec{p}_{paroi} = \vec{p}^{\,f}_{paroi} - \vec{p}^{\,i}_{paroi}$$

- La conservation de la quantité de mouvement du système (molécule + paroi) impose :

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \quad \Leftrightarrow \quad \vec{p}^{\,i}_{paroi} + \vec{p}^{\,i}_{moléc} = \vec{p}^{\,f}_{paroi} + \vec{p}^{\,f}_{moléc}$$

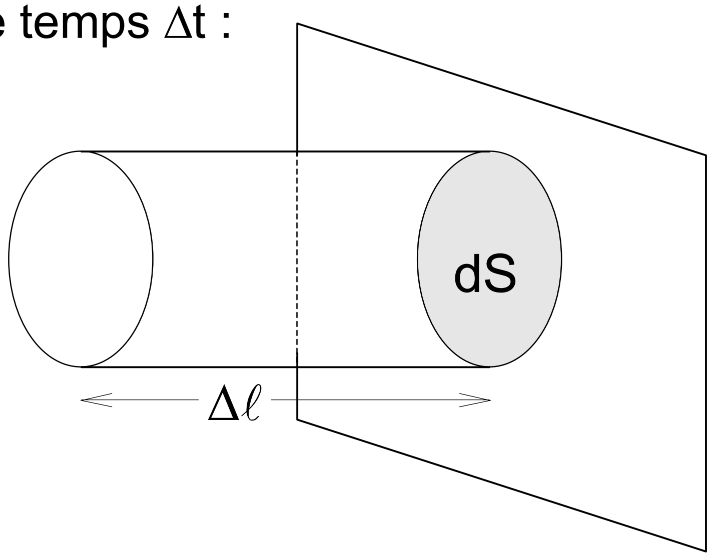
alors :

$$\Delta\vec{p}_{paroi} = \vec{p}^{\,i}_{moléc} - \vec{p}^{\,f}_{moléc}$$

- donc pour un choc avec une particule, la paroi reçoit la quantité de mouvement :

$$\Delta\vec{p}_{paroi} = m\,\vec{v}_i - m\,\vec{v}_f = 2\,m\,v_y\,\vec{e}_y$$

Calculons le nombre de particules heurtant l'élément de surface dS pendant le temps Δt :



- Seules les particules situées à une distance inférieure à $v_y.\Delta t = \Delta\ell$ peuvent atteindre la paroi.

  Elles sont contenues dans le volume :

$$dV = \Delta\ell\ dS = v_y\ \Delta t\ dS$$

- Compte tenu de l'équiprobabilité des vitesses, seule la moitié des particules contenues dans ce volume peut atteindre la paroi, les autres se dirigent dans l'autre sens.

$$\Rightarrow \quad n = \frac{1}{2}\frac{N}{V} v_y\ \Delta t\ dS$$

- Pendant le temps Δt, la quantité de mouvement totale reçue par la paroi est donc :

$$\Delta P = n\ \Delta p = \left(\frac{1}{2}\frac{N}{V} v_y\ \Delta t\ dS\right) 2\ m\ v_y$$

$$= \frac{N}{V} m\ v_y^2\ \Delta t\ dS$$

Égalité que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\frac{n\ \Delta p}{\Delta t} = \frac{N}{V}\ m\ v_y^2\ dS$$

Compte tenu de la relation fondamentale de la dynamique, cette variation de quantité de mouvement est due à l'action d'une force :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext}$$

donc

$$\frac{n\ \Delta p}{\Delta t} = F = \left(\frac{N}{V}\ m\ v_y^2\right) dS$$

Le terme $\left(\frac{N}{V}\ m\ v_y^2\right)$ est homogène à une **pression**

Avec $\qquad v_y^2 = < v_y^2 > = \frac{1}{3} < v^2 >$

Le terme homogène à une pression peut se mettre sous la forme :

$$p = \frac{1}{3}\frac{N}{V}\ m < v^2 >$$

ou encore :

$$p\ V = \frac{1}{3}\ N\ m < v^2 >$$

4.4.5 Interprétation cinétique de la température

En introduisant la constante de Boltzmann $k_B = \frac{R}{N_A}$ ($k_B = 1.38\ 10^{-23}$ J K^{-1}), l'équation des gaz parfait peut se réécrire :

$$p\ V = N\ k_B\ T$$

Par identification avec l'équation $p\ V = \frac{1}{3} N\ m < v^2 >$:

$$\frac{1}{3} N\ m < v^2 > = N\ k_B\ T \quad \Leftrightarrow \quad m < v^2 > = 3\ k_B\ T$$

ou encore en faisant apparaître l'énergie cinétique :

$$\frac{1}{2} m < v^2 > = 3\ \frac{k_B\ T}{2}$$

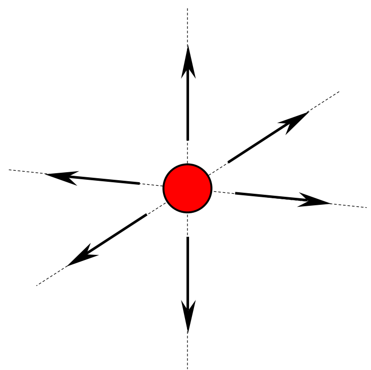
ou encore :

$$\frac{1}{2} m<v_x^2> + \frac{1}{2} m<v_y^2> + \frac{1}{2} m<v_z^2> = 3\ \frac{k_B\ T}{2}$$

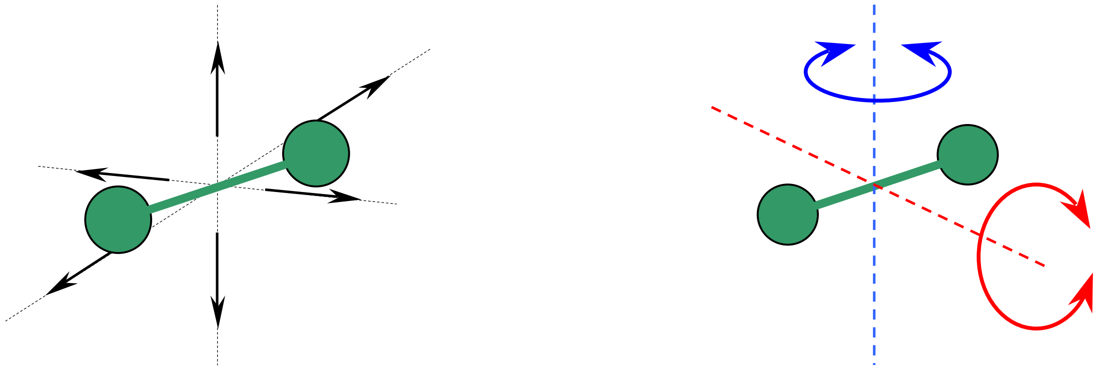
La quantité $\frac{k_B\ T}{2}$ correspond à l'énergie thermique d'une particule et pour **un degré de liberté**

Pour un atome de gaz monoatomique : 3 degrés de liberté correspondant aux 3 directions possibles de déplacement :

$$\Rightarrow E = 3\ \frac{k_B\ T}{2}$$



Pour un gaz diatomique, il faut considérer deux degrés de libertés supplémentaires liés aux rotations de la molécule :



Dans ce cas, l'énergie associée à chaque molécule est :

$$E = 5\,\frac{k_B\,T}{2}$$

> La température est donc une grandeur macroscopique qui est le reflet statistique des énergies cinétiques des particules à l'échelle microscopique.