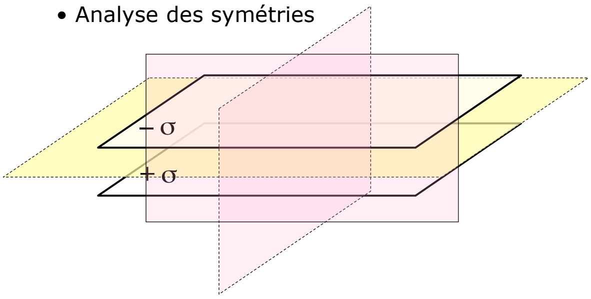
Question de cours

$\oint_C \vec{E}.d\vec{l} = 0$ $\qquad$ $\oiint_S \vec{E}.d\vec{S} = \dfrac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ $\qquad$ $\oint_C \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{j}.\vec{dS} = \mu_0(\sum I_+ + I_-)$ $\qquad$ $\oiint_S \vec{B}.d\vec{S} = 0$

Théorème de Gauss $\qquad$ *Théorème d'Ampère* $\qquad$ *$div\vec{B} = 0$*

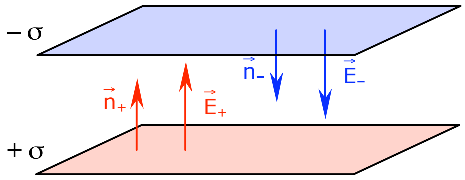
Forces entre les armatures d'un condensateur plan

• Analyse des symétries



- Le plan "jaune" est plan d'antisymétrie $\quad \vec{E}$ est ⊥
- les plans "roses" sont plans de symétrie $\quad \vec{E}$ est //

⇒ $\vec{E}$ est perpendiculaire aux armatures du condensateur



• D'après le théorème de Gauss, le champ électrique créé au voisinage d'un plan infini uniformément chargé est :

- pour la plaque chargée (-) : $\vec{E}_- = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}_-$
- pour la plaque chargée (-) : $\vec{E}_+ = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}_+$

• $\vec{E} = \vec{E}_- + \vec{E}_+ = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}_+$ (en vertu du principe de superposition)

• La circulation de $\vec{E}$ de z_- à z_+ est égale à la différence de potentiel entre les deux armatures :

$$V_- - V_+ = -\int_{z_-}^{z_+} E_{ext}(z)\, dz = -\frac{\sigma e}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow V = V_+ - V_- = \frac{\sigma e}{\varepsilon_0}$$

• $Q = C.V \qquad C = Q/V = \dfrac{\varepsilon_0 S}{e}$ $\qquad$ • d'où $E = \dfrac{Q\,V}{2} = \dfrac{\sigma^2 S\, e}{2\,\varepsilon_0}$

• On écarte les armatures de la distance *de*. Comme elles sont isolées, la charge reste constante
⇒ le potentiel et la capacité sont modifiés

• $dE = ½\, Q\, dV = \dfrac{\sigma^2 S}{2\,\varepsilon_0}\, de$ $\qquad$ • La force exercée est attractive

• Les armatures sont à un potentiel fixé (V = Cte) $\qquad$ ⇒ Q est susceptible d'être modifié

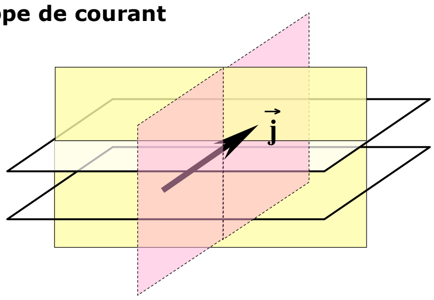
• $dE = ½\, V\, dQ = ½\, V^2\, dC = -\dfrac{V^2 \varepsilon_0 S}{e^2}\, de$ $\qquad$ $dE < 0$ si $de > 0$

• Comme on vient de le voir, à potentiel constant si on veut augmenter l'énergie stockée, il suffit de rapprocher les armatures du condensateur. Le problème est que si les armatures sont trop proches, il risque de se produire le phénomène de claquage : le courant passe malgré la couche d'isolant que constitue le vide.
L'autre solution consiste à intercaler une couche de matériau avec une forte permittivité diélectrique ($\varepsilon_r >> \varepsilon_0$) entre les armatures.

Courants induits

• on rapproche A de B, le flux du champ d'induction magnétique créé par A à travers B augmente.
⇒ apparition d'une f.e.m. induite qui s'oppose à l'augmentation du flux ⇒ $I_{induit} < 0$
• on fait tourner B autour de Δ, le flux du champ d'induction magnétique créé par A à travers B diminue.
⇒ apparition d'une f.e.m. induite qui s'oppose à la diminution du flux ⇒ $I_{induit} > 0$
• on coupe le courant circulant dans A de B, le flux du champ d'induction magnétique créé par A à travers B chute brutalement ⇒ apparition d'une f.e.m. induite qui s'oppose à la diminution du flux ⇒ $I_{induit} > 0$

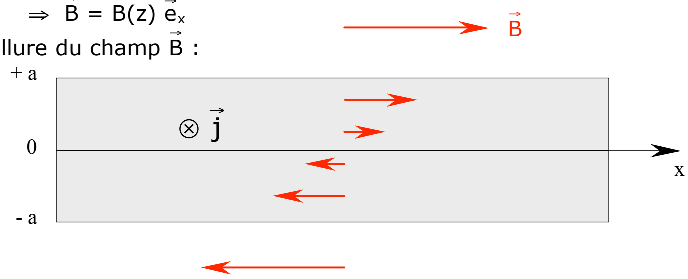
Nappe de courant



• analyse des symétries :
- Le plan "jaune" est plan d'antisymétrie $\quad \vec{B}$ est //
- le plan "rose" est plan de symétrie $\quad \vec{B}$ est ⊥
- invariance par translation selon x et y

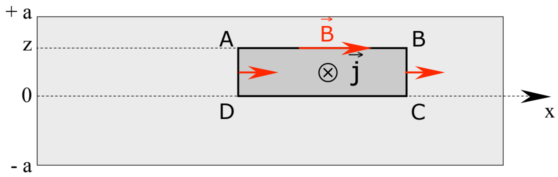
⇒ $\vec{B} = B(z)\,\vec{e}_x$

• Allure du champ $\vec{B}$:



• À l'intérieur de la nappe de courant, on applique le théorème d'Ampère :

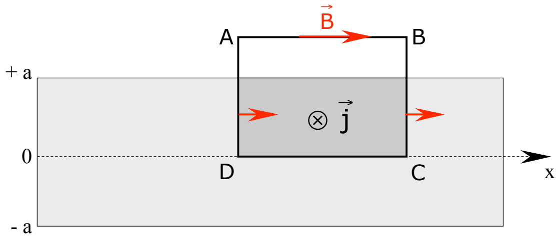
$$\int_{ABCD} \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \int_S \vec{j}.\vec{dS} \qquad \Rightarrow B(z) = \mu_0\, j\, z$$



car B(z=0) = 0 (par symétrie)

• À l'extérieur de la nappe de courant, on applique le théorème d'Ampère :

$$\int_{ABCD} \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \int_S \vec{j}.\vec{dS} \qquad \Rightarrow B(z) = \mu_0\, j\, a \ \ \text{(indépendant de z !)}$$



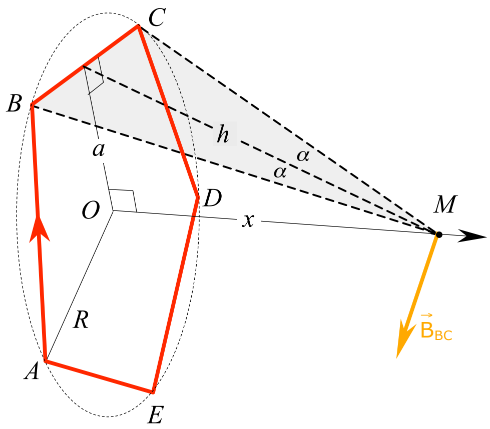
Champ créé par une spire polygonale

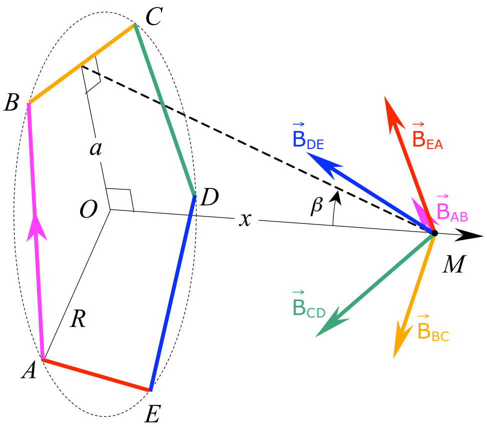
• Le champ créé par le segment BC est : $B_{BC} = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, h} \sin\alpha$

avec : $h = (x^2 + a^2)^{1/2}$

et $\sin\alpha = \dfrac{BC/2}{((BC/2)^2 + (a^2 + x^2))^{1/2}}$ et $BC = 2\, a \tan(\pi/n)$

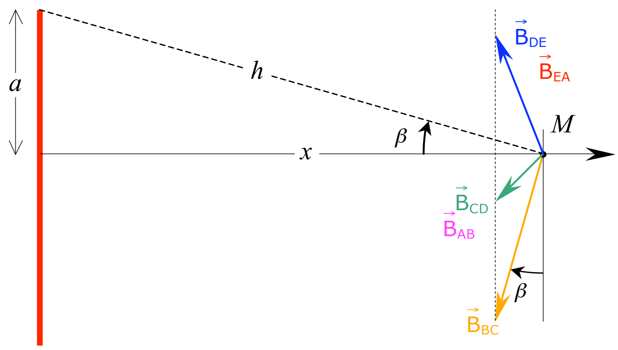
d'où $B_{BC} = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\,(a^2 + x^2)^{1/2}} \dfrac{a \sin(\pi/n)}{(a^2 + x^2 \cos^2(\pi/n))^{1/2}}$





$\vec{B} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CD} + \vec{B}_{DE} + \vec{B}_{EA}$

Dans le plan perpendiculaire à Ox, les composantes des $\vec{B}_i$ s'annulent. Par contre selon Ox, les composantes s'additionnent :



$B_{BCx} = B_{BC} \sin\beta = B_{BC} \dfrac{a}{(a^2 + x^2)^{1/2}}$

Donc $B = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} B_{ix} = \frac{\mu_0\, I}{2\,\pi} \frac{a^2}{a^2 + x^2} \frac{n \sin(\pi/n)}{(a^2 + x^2 \cos^2(\pi/n))^{1/2}}$

Que se passe t-il quand $n \to \infty$?

• La spire polygonale tend vers le cercle circonscrit,

• $a = R.\cos(\pi/2n) \to R$,

• $\lim_{n\to\infty} \sin(\pi/n) = \pi/n$,

• $\lim_{n\to\infty} \cos(\pi/n) = 1$

$$\Rightarrow B \to \frac{\mu_0\, I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0\, I}{2\, R} \sin^3\beta$$

On retrouve la formule classique du champ d'induction magnétique créé par une spire circulaire de rayon R, parcourue par un courant I et vue depuis un point M sous l'angle β.