

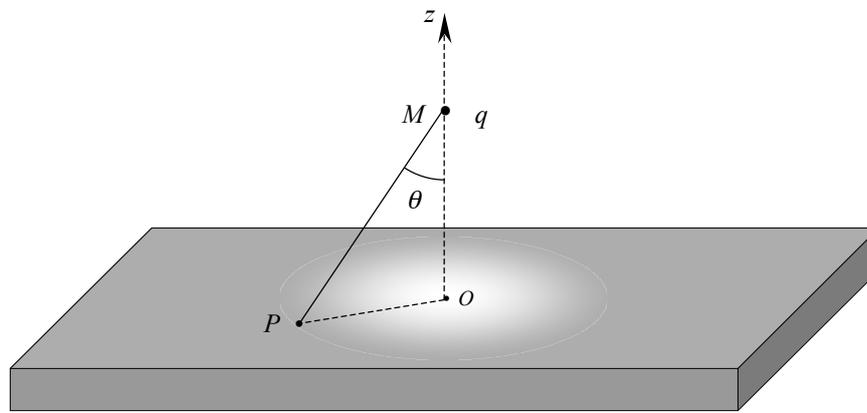
Examen – Épreuve du 28 janvier 2010 – Durée : 2h00

Calculatrice et documents non autorisés

Certaines parties du problème sont indépendantes et peuvent donc être traitées isolément.

1. Électrostatique

On considère un conducteur initialement neutre à l'équilibre occupant le demi-espace $z \leq 0$.



Une charge ponctuelle q négative est placée en un point M situé à une distance z de la surface du conducteur. Par influence, il apparaît une densité de charge superficielle en chaque point P de la surface :

$$\sigma = -\frac{q \cos^3 \theta}{2 \pi z^2} \quad \text{où } \theta \text{ est l'angle entre les vecteurs } \vec{MO} \text{ et } \vec{MP}$$

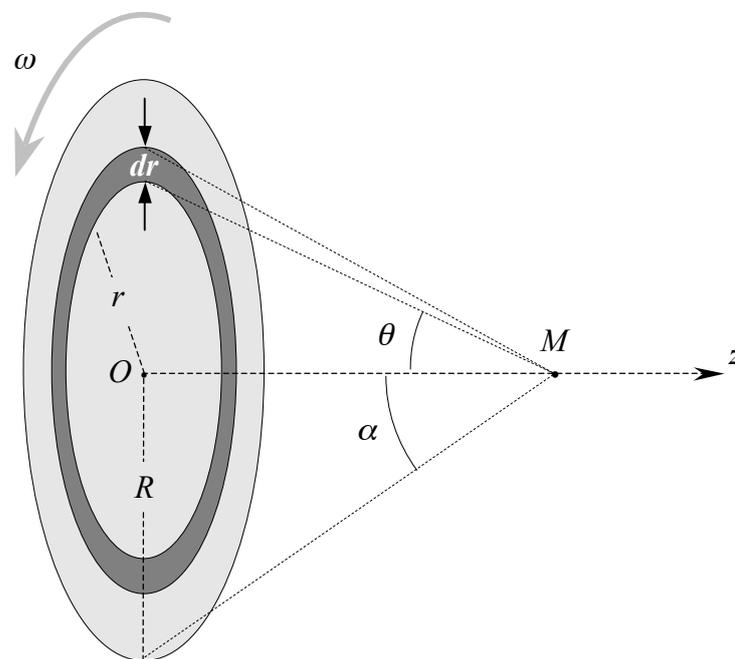
- 1.1 À partir d'arguments de symétrie :
 - choisir le système de coordonnées approprié,
 - donner la direction du champ électrostatique en M créé par la distribution de charge surfacique induite, en précisant les variables dont dépend ce champ.
- 1.2 Quelle est la valeur du champ électrostatique dans le conducteur ?
- 1.3 Établir l'expression vectorielle du champ électrique au voisinage immédiat du conducteur.
- 1.4 Comment est le champ électrique au voisinage immédiat de la charge située en M ?
- 1.5 Tracer l'allure des lignes de champ électrique du système (plan + charge) dans un plan vertical passant par O .
- 1.6 Donner l'expression de la densité surfacique en fonction de $r = |\vec{OP}|$ et z .
Tracer l'allure de la fonction $\sigma(r)$.
- 1.7 Calculer la charge totale portée par tout le plan d'équation $z = 0$.

Que peut-on conclure sur le type d'influence entre la charge et le conducteur ?

- 1.8 Donner l'expression du champ électrique élémentaire \vec{dE} créé par l'élément de surface dS situé autour du point P en fonction des vecteurs de base.
- 1.9 Calculer le champ électrique créé, au point M , par la distribution de charge surfacique.
- 1.10 Calculer l'énergie potentielle de la charge q au point M .

2. Magnétostatique : disque de Rowland

On considère un disque métallique de rayon R , portant une charge surfacique homogène σ négative. Ce disque tourne à la vitesse angulaire constante ω autour d'un axe Oz .



- 2.1 Analyser en détail toutes les symétries du problème
- 2.2 Donner la direction et le sens du champ d'induction magnétique \vec{B} en un point de l'axe Oz .

On cherche à calculer la norme du champ créé par ce disque chargé en rotation.

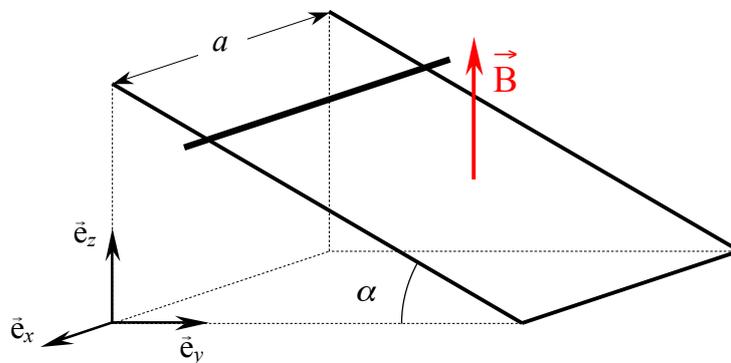
- 2.3 Rappeler (ou redémontrer) l'expression "classique" de la norme du champ d'induction magnétique créé par une spire circulaire de rayon r parcourue par un courant i , vue sous l'angle θ depuis un point M situé sur l'axe de la spire.
- 2.4 On considère la couronne d'épaisseur infinitésimale dr .
Quelle est la charge dq portée par cette couronne ?
- 2.5 Quelle la durée T nécessaire à ce que la charge dq effectue un tour complet ?
- 2.6 En déduire l'expression de l'intensité di qui parcourt cette couronne ?
(on pourra s'aider de l'analyse dimensionnelle des grandeurs considérées)

- 2.7 Établir l'expression du champ élémentaire \vec{dB} créé par cette couronne circulaire élémentaire.
- 2.8 Déterminer le champ créé par le disque tournant en un point M situé sur l'axe à la distance z du centre du disque O .

$$\text{Donnée : } \int \frac{\sin^3 \theta}{\cos^2 \theta} d\theta = \frac{1}{\cos \theta} + \cos \theta$$

3. Magnétostatique : Force de Laplace

On considère deux rails conducteurs, parallèles, obliques et faisant un angle α avec l'horizontale. Ces deux rails sont reliés par un élément conducteur. Le circuit est fermé par une barre conductrice de masse m susceptible de glisser sans frottement parallèlement à elle-même sur les deux rails. L'ensemble est immergé dans un champ d'induction magnétique \vec{B} vertical.



La barre conductrice est lâchée sans vitesse initiale.

- 3.1 Qu'apparaît-il dans le circuit ? (*donner une explication complète des phénomènes observés*)

On insère un générateur dans le circuit. Celui-ci est maintenant parcouru par un courant I .

- 3.2 Sur un schéma clair, définir le sens de parcours du courant I qui doit parcourir la barre conductrice pour que celle-ci puisse rester en équilibre sous l'effet de son poids et des forces de Laplace.
- 3.3 Calculer la résultante des forces de Laplace que subit la barre.
- 3.4 Quelle est l'intensité I pour que la barre reste en équilibre sur les rails ?

