Examen de 2nde session – Épreuve du 25 janvier 2012

Durée : 2 heures

Calculatrice et documents non autorisés

Questions de cours

1.1 Compléter les équations suivantes et donner, le cas échéant, la formulation non-locale :

(**1.11**) $\oint_C \vec{E}\cdot\vec{d\ell} = \ldots$ où $\vec{E}$ est le champ électrostatique dérivant d'un potentiel scalaire

(**1.12**) $\oint_C \vec{E}_\mathrm{m}\cdot\vec{d\ell} = \ldots$ où $\vec{E}_\mathrm{m}$ est le champ électromoteur $\vec{E}_\mathrm{m} = \vec{v}\wedge\vec{B}$

(**1.13**) $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E}_\mathrm{m} = \ldots$ où $\vec{E}_\mathrm{m}$ est le champ électromoteur $\vec{E}_\mathrm{m} = \vec{v}\wedge\vec{B}$

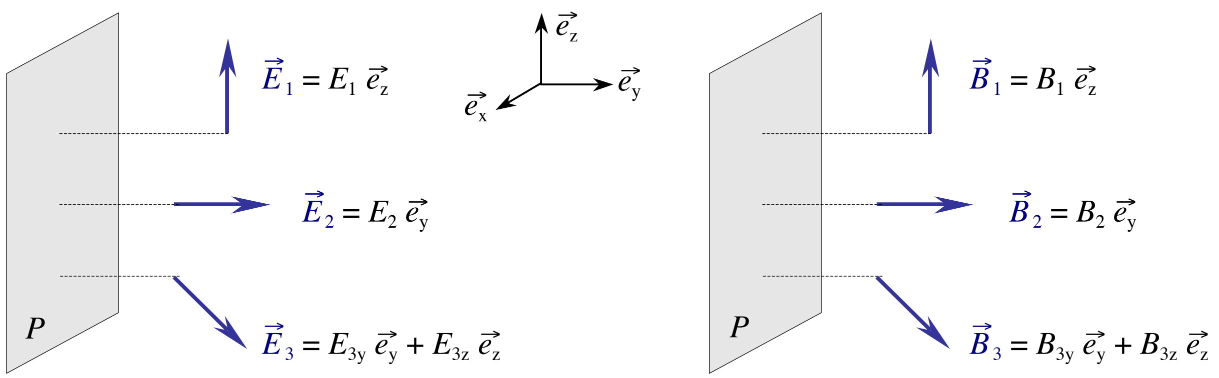
(**1.14**) $\mathrm{div}\ \vec{E} = \ldots$

(**1.15**) $\mathrm{div}\ \vec{B} = \ldots$

(**1.16**) $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \ldots$

On précisera pour les équations (1.14) et (1.15) les différences qu'elles impliquent en ce qui concerne les sources des champs.

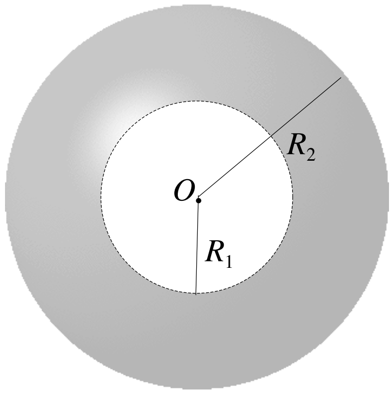
1.2 Représenter les équivalents $\vec{E}'_\mathrm{i}$ et $\vec{B}'_\mathrm{i}$ par symétrie par rapport à un plan P parallèle à $\vec{e}_\mathrm{x}$ et $\vec{e}_\mathrm{z}$ des différents champs électrostatique $\vec{E}_\mathrm{i}$ et d'induction magnétique $\vec{B}_\mathrm{i}$ représentés sur les figures ci-dessous :



On exprimera explicitement les composantes de chaque champ $\vec{E}'_\mathrm{i}$ et $\vec{B}'_\mathrm{i}$ en fonction de celles des champs $\vec{E}_\mathrm{i}$ et $\vec{B}_\mathrm{i}$ respectivement.

1.3 Comment s'appelle le coefficient de proportionnalité entre le courant I et le flux du champ créé par une spire à travers elle-même ?

Électrostatique



On considère une sphère creuse constituée d'un matériau isolant chargé uniformément avec la densité volumique de charge ρ (> 0). La sphère et la cavité à l'intérieur de celle-ci ont pour centre O et pour rayons respectifs R_2 et R_1.

2.1 Analyser **en détail** les symétries du problème

2.2 En déduire les variables dont dépend le champ électrique ainsi que ses composantes exprimées dans le système de coordonnées adapté.

2.3 Calculer le volume chargé. En déduire l'expression de la charge totale Q_T.

2.4 Énoncer le théorème de Gauss et rappeler son expression locale.

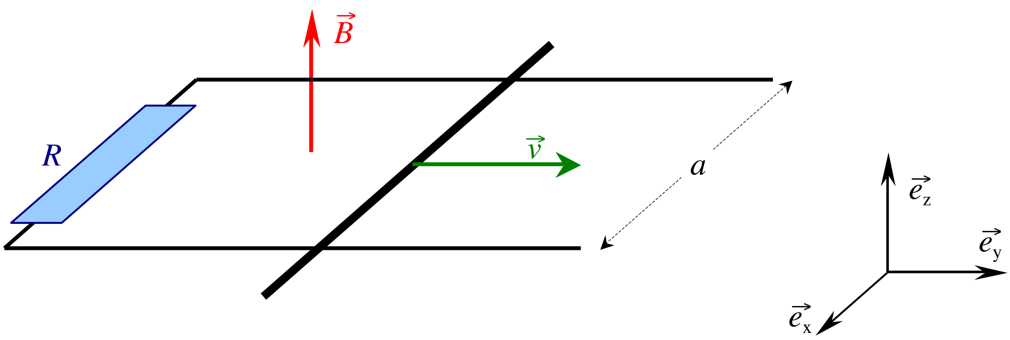
2.5 À l'aide de l'un ou l'autre des théorèmes précédents, donner l'expression du champ électrostatique en tout point de l'espace, c.a.d. pour $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$ et $r > R_2$.

2.6 Sur trois graphes séparés, tracer l'allure de $E(r)$ dans les 3 cas suivants :
- $R_1 = 0$ (sphère pleine)
- $R_1 \neq 0$ et $R_1 < R_2$, (sphère creuse)
- $R_1 \approx R_2$, (coquille)

HORS BARÈME : déterminer l'expression du potentiel en tout point de l'espace.

Phénomènes d'induction

On considère deux rails conducteurs, parallèles, horizontaux distants de a. Ces deux rails sont reliés par un élément conducteur de résistance R. Le circuit est fermé par une barre conductrice de masse et de résistance négligeables et susceptible de glisser sans frottement parallèlement à elle-même sur les deux rails. L'ensemble est immergé dans un champ d'induction magnétique $\vec{B}$ vertical.



Un expérimentateur impose à la barre une vitesse constante $\vec{v}$.

3.1 Qu'apparaît-il dans le circuit ? (*donner une explication complète des phénomènes observés en s'aidant d'un schéma clair*).

3.2 Quelle est l'origine de la force que ressent l'expérimentateur ? (*nommer celle-ci, la représenter sur un schéma et expliciter le plus précisément possible son origine*).

3.3 Calculer la force électromotrice d'induction (f.e.m.) dans la barre
En déduire le courant qui parcourt le circuit.

3.4 Déterminer l'expression vectorielle de la force qui s'exerce sur la barre en fonction de B, v, a.

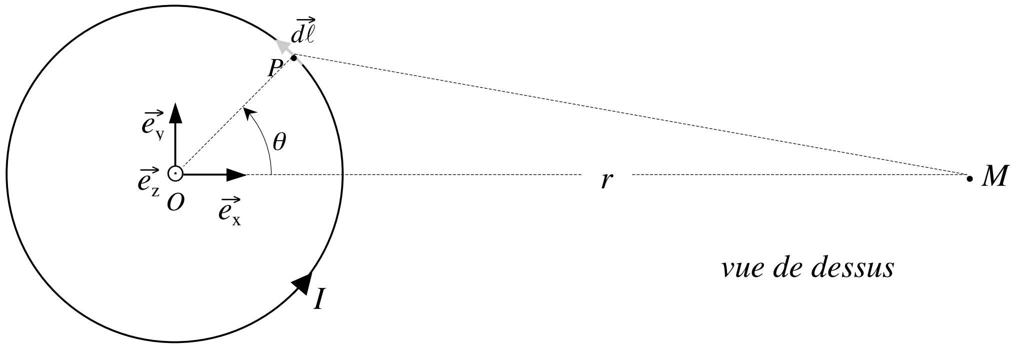
3.5 Énoncer le théorème de Maxwell sur le travail des forces magnétiques agissant sur un circuit parcouru par un courant.

3.6 Calculer la puissance mécanique des forces magnétiques s'exerçant sur la barre. Le résultat obtenu est-il cohérent avec le résultat de la question 3.2 ?

3.7 Pour un observateur placé dans un référentiel associé à la barre en mouvement, celle-ci apparaît comme immobile. Comment expliquer alors le mouvement des charges ?

Magnétostatique

On considère une spire circulaire de rayon R, de centre O et parcourue par un courant I. On s'intéresse au champ d'induction magnétique créé à grande distance dans le plan contenant la spire.



4.1 Quels sont la direction et le sens du champ $\vec{B}(M)$.

4.2 Établir les expressions vectorielles de $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{PM}$ en fonction de r, R et θ.

4.3 Montrer que l'expression du champ d'induction élémentaire $\vec{dB}$ créé au point M par l'élément de courant $\vec{d\ell}$ est :

$$\vec{dB}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} R\, d\theta \frac{R - r\cos\theta}{(R^2 + r^2 - 2rR\cos\theta)^{3/2}} \vec{e}_z$$

on prendra $\vec{d\ell} = -R\, d\theta \sin\theta\, \vec{e}_x + R\, d\theta \cos\theta\, \vec{e}_y$

4.4 En considérant que $r >> R$ et en effectuant un développement limité au 1er ordre, montrer que le champ d'induction élémentaire $\vec{dB}$ créé au point M par l'élément de courant $\vec{d\ell}$ est :

$$\vec{dB}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R\, d\theta}{r^3} \left[\frac{R}{-2} + \left(\frac{3R^2}{r} - r\right)\cos\theta - \frac{3R}{2}\cos 2\theta \right] \vec{e}_z$$

4.5 En déduire l'expression du champ d'induction magnétique créé en M par la spire entière