Examen de 2nde session – Épreuve du 28 mai 2014
Calculatrices, documents et téléphones interdits

Questions de cours

1.1 Compléter les équations suivantes et donner, le cas échéant, la formulation non-locale :

(1.11) $\oint_C \vec{E} \cdot \vec{dl} = \ldots$

(1.12) $\mathrm{div}\ \vec{E} = \ldots$

(1.13) $\mathrm{div}\ \vec{B} = \ldots$

(1.14) $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{E} = \ldots$

(1.15) $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \vec{B} = \ldots$

Électrostatique

Partie 1

On considère un disque D, de centre O, d'axe $z'Oz$ et de rayon R, uniformément chargé avec la densité surfacique de charge σ_- ($\sigma_- < 0$).

2.1 En utilisant des arguments de symétrie, tracer l'allure des lignes de champ électrique en tout point d'un plan contenant l'axe $z'Oz$.

2.2 Montrer que le champ électrique $\vec{E}(z)$ créé en tout point de l'axe $z'Oz$ peut être exprimé sous la forme :

$$\vec{E}(z) = \frac{\sigma_-}{2\varepsilon_0}\left[\frac{z}{|z|} - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right]\vec{e_z}$$

2.3 Calculer le potentiel électrique $V(z)$ créé en tout point de l'axe $z'Oz$.

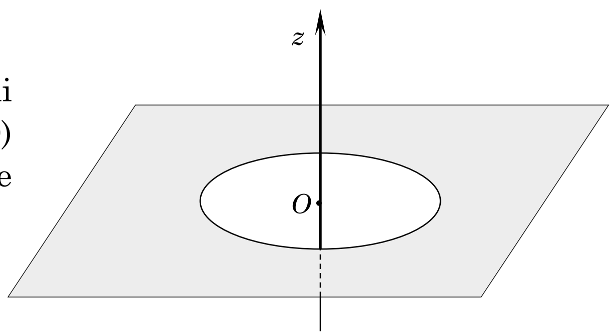
2.4 Tracer les courbes représentatives de $E(z)$ et $V(z)$.

2.5 Exprimer $\vec{E}(z)$ dans le cas où $z \ll R$, interpréter le résultat obtenu

2.6 Exprimer $\vec{E}(z)$ dans le cas où $z \gg R$, interpréter le résultat obtenu

Partie 2

On considère maintenant un plan infini uniformément chargé (densité de charge $\sigma_+ > 0$) percé d'un disque de centre O, d'axe $z'Oz$ et de rayon R.



2.7 À partir de quelles distributions de charge surfaciques simples peut-on construire une distribution équivalente à ce plan chargé et percé ?

2.8 Déterminer la direction du champ électrique $\vec{E}$ créé par cette distribution pour un point situé sur l'axe *z'Oz*.

2.9 Quelle est l'orientation du champ électrique au voisinage de la surface du plan ?

2.10 En utilisant le théorème de superposition, calculer le champ électrique $\vec{E}(z)$ créé en tout point de l'axe *z'Oz*.

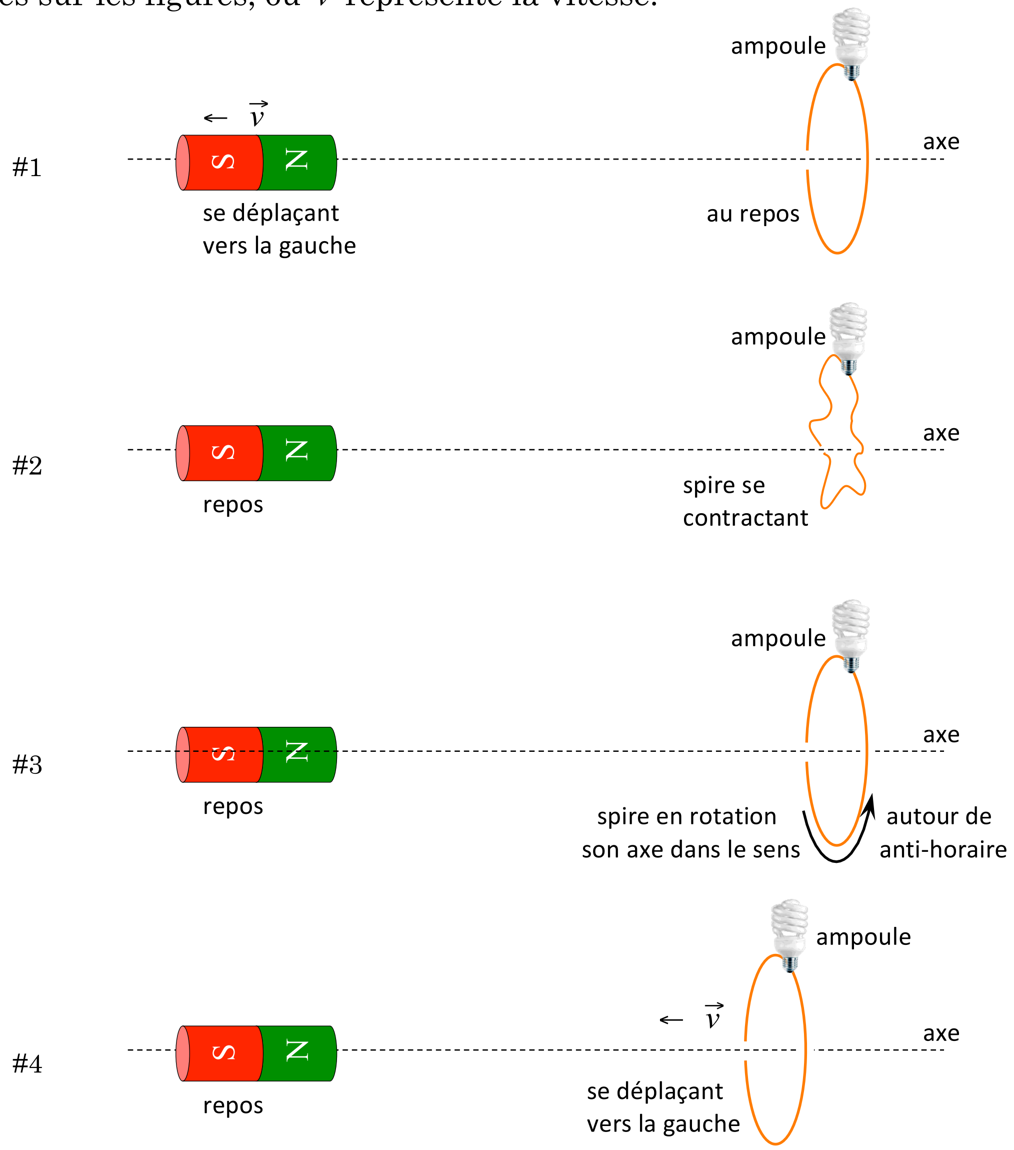
2.11 Calculer le potentiel électrique $V(z)$ créé en tout point de l'axe *z'Oz*.

2.12 Tracer les courbes représentatives de $E(z)$ et $V(z)$.

2.13 Une particule de charge négative q est astreinte à se déplacer le long de l'axe *z'Oz*. Quelle est sa position d'équilibre (sans calcul)

Phénomènes d'induction

Chaque situation ci-dessous fait intervenir un aimant cylindrique et une petite ampoule reliée à un fil de cuivre formant une spire. Le plan de la spire est perpendiculaire à l'axe de référence. Les mouvements de l'aimant et de la spire sont indiqués sur les figures, où $\vec{v}$ représente la vitesse.



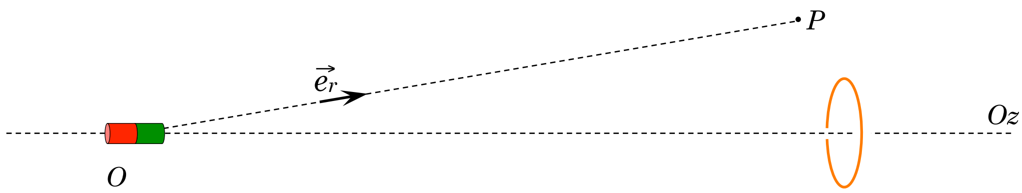
3.1 Dans quelle situation la lampe s'allume t-elle ?
Justifier la réponse en énonçant la/les loi(s) utilisée(s) et en précisant le cas échéant le sens de circulation du courant (horaire ou anti-horaire).

On s'intéresse à la situation #4. Le centre de l'aimant est situé au point O et celui de la spire au point P. La spire a un rayon a et une résistance R_S. Les axes de la spire et de l'aimant sont confondu avec l'axe Oz.
À grande distance de l'aimant, le champ d'induction magnétique créé par l'aimant peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\vec{M}\cdot\vec{e_r})\vec{e_r} - \vec{M}}{r^3} \qquad (1)$$

- r est la distance du point P à l'aimant (supposé ponctuel car $r >> a$).
- $\vec{e_r}$: vecteur unitaire colinéaire à $\vec{OP}$.
- $\vec{M}$ est le moment magnétique caractérisant l'aimant, dirigé selon Oz et noté :

$$\vec{M} = M\,\vec{e_z} \qquad (2)$$



3.2 En utilisant l'expression (1), donner l'expression du champ d'induction magnétique à la distance z sur l'axe Oz.

3.3 Dans la mesure où la spire est petite, on suppose que le champ est homogène (même norme, même intensité) sur toute la surface définie par la spire.

En déduire l'expression du flux de $\vec{B}$ à travers la spire située à la distance z de l'aimant en fonction de μ_0, M, z et a.

3.4 Dans le cas où la spire s'approche de l'aimant à la vitesse constante $\vec{v}$ (situation #4), partant d'une distance z_0, exprimer le courant induit dans le circuit.

Indiquer sur un schéma le sens du courant dans la spire en le justifiant.

3.5 Donner l'expression de la force $\vec{dF}$ exercée sur un élément de circuit $d\ell$ parcouru par un courant I et plongé dans un champ magnétique extérieur (force de Laplace).

3.6 Dans la situation considérée précédemment, la spire parcourue par le courant induit est soumise à cette force.

Indiquer sur un schéma les lignes de champ créées par l'aimant et la force s'appliquant sur un élément de circuit (on ne négligera plus les composantes du champ orthogonales à Oz).

En déduire la direction de la force totale exercée sur la spire.