

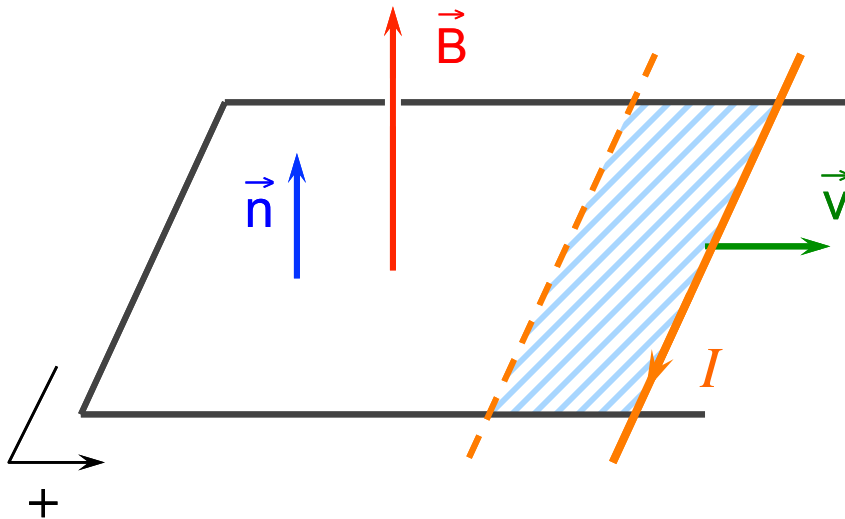
## 8. PHÉNOMÈNES D'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

### 8.1 Observations expérimentales

#### 8.1.1 Circuit déformable dans un champ d'induction magnétique uniforme et constant

On considère l'expérience décrite au paragraphe 7.6.1.

On définit un sens de parcours positif et la normale associée

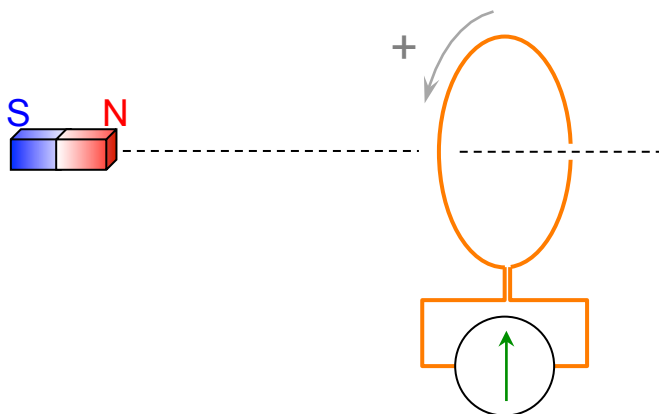


Le déplacement de la barre provoque l'apparition d'un courant de signe opposé au sens (+) choisi.

#### 8.1.2 Circuit indéformable se déplaçant dans un champ d'induction magnétique non uniforme

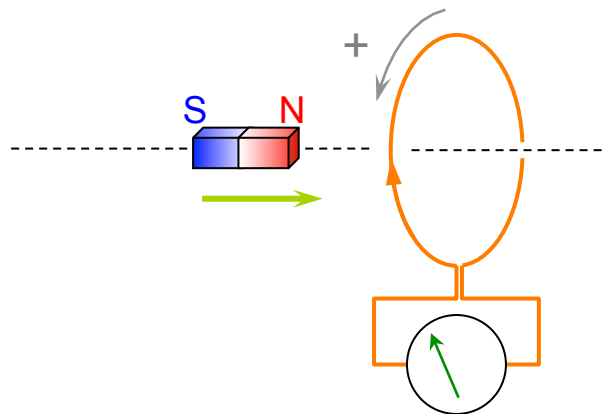
On considère un aimant se déplaçant avec un mouvement de translation vers une boucle de circuit conducteur :

L'aimant est immobile à coté de la spire



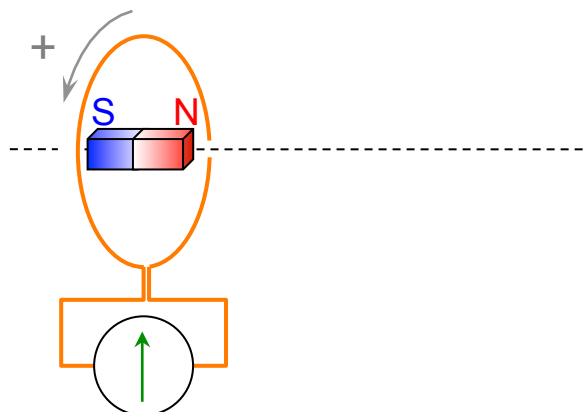
Le flux du champ  $\vec{B}$  créé par l'aimant à travers la spire est constant

On approche l'aimant de la spire :



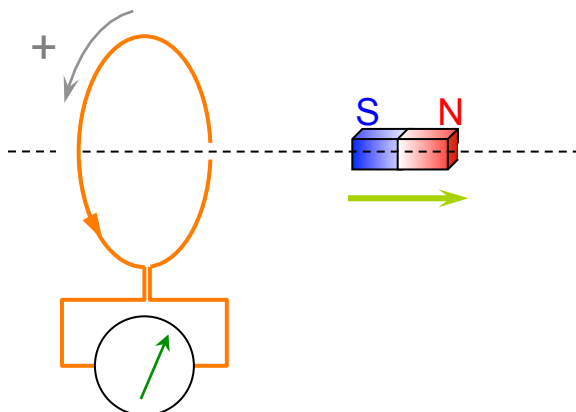
Le flux du champ  $\vec{B}$  créé par l'aimant à travers la spire augmente.  
Il apparaît un courant négatif dans la spire

L'aimant est immobile au centre de la spire



Le flux du champ  $\vec{B}$  créé par l'aimant à travers la spire est constant et maximal  
Il ne circule aucun courant dans la spire

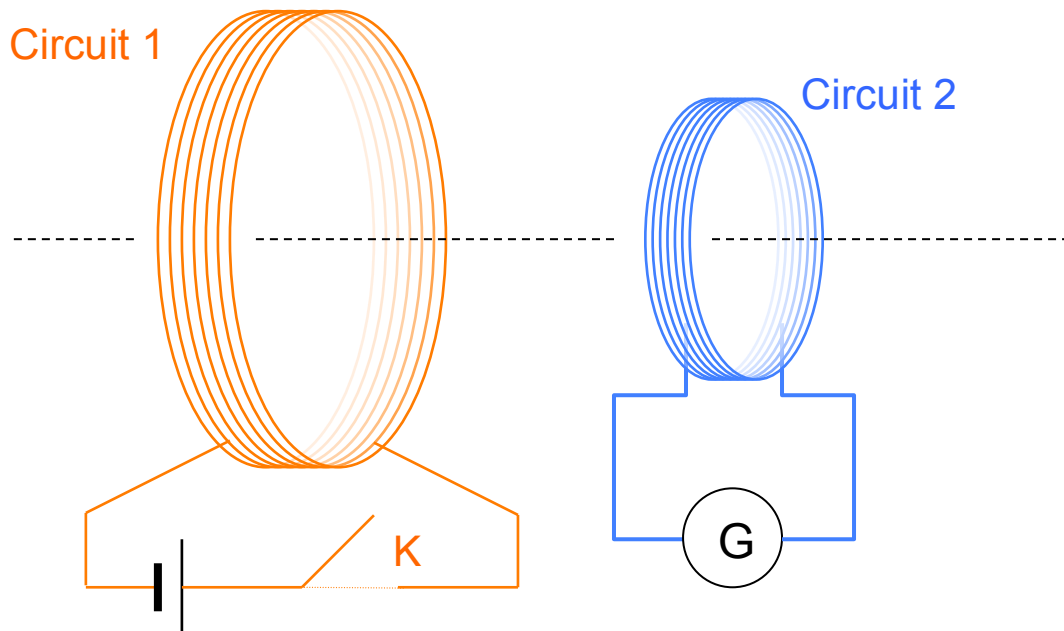
On éloigne l'aimant de la spire



Le flux du champ  $\vec{B}$  créé par l'aimant à travers la spire diminue  
Il apparaît un courant négatif dans la spire

### 8.1.3 Circuit indéformable dans un champ d'induction magnétique variable dans le temps

On considère le dispositif expérimental suivant :



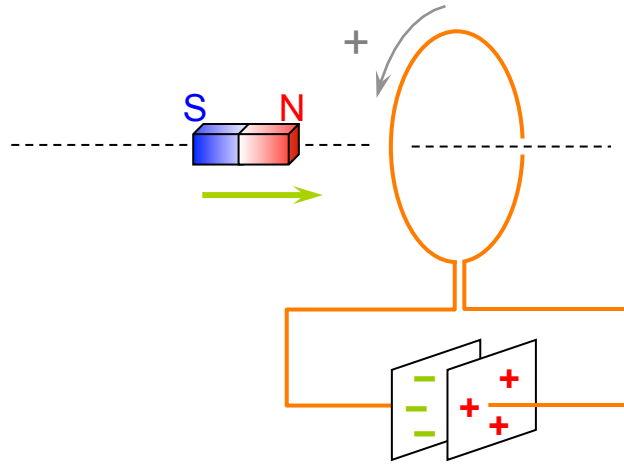
On effectue successivement les expériences suivantes :

Interrupteur du circuit 1	Galvanomètre du circuit 2
• ouvert $\vec{B} = \vec{0}$	
• fermé $\vec{B} \neq \vec{0}$	puis
• ouvert $\vec{B} = \vec{0}$	puis

### 8.1.4 Conclusions

- D'après ces expériences, il apparaît que ce n'est pas le flux de  $\vec{B}$  à travers la surface formée par les circuits qui importe mais la **variation** de ce flux en fonction du temps.

- Les expériences réalisées avec des circuits ouverts montrent qu'il apparaît une différence de potentiel entre les bornes du circuit soumis à la variation de flux de  $\vec{B}$ .



## 8.2 Interprétation des expériences : Loi de Faraday – Loi de Lenz

### 8.2.1 Loi de Faraday

D'une manière générale, quand un circuit filiforme  $C$  est soumis à une variation de flux d'induction magnétique  $\vec{B}$  au cours du temps et dont l'origine est due à :

- une déformation de  $C$ ,
- un déplacement de  $C$  dans un champ magnétique non uniforme,
- une variation de  $\vec{B}$  au cours du temps,

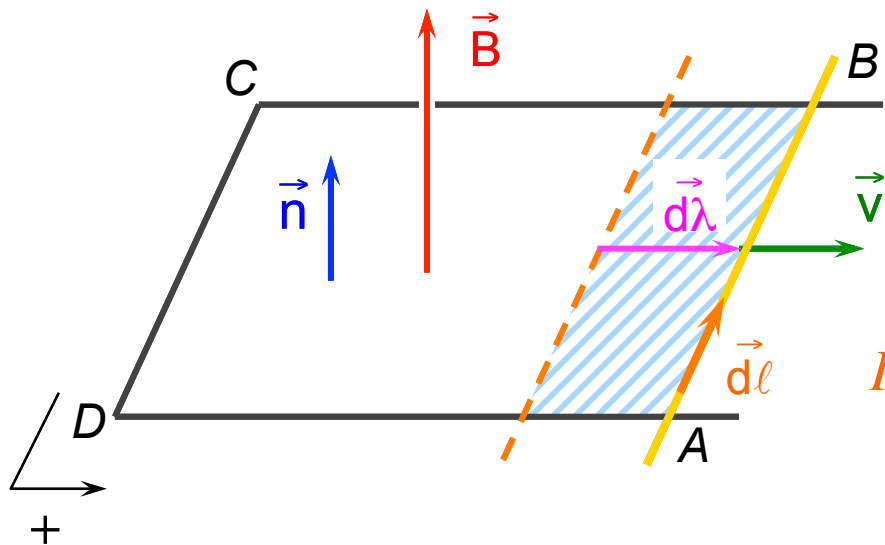
on observe l'apparition d'une force électromotrice d'induction :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad \text{loi de Faraday}$$

- Le courant qui apparaît dans les circuits fermés consécutivement à la variation de flux est appelé **courant induit**.

## 8.2.2 Interprétation des expériences

### 8.2.2.1 Expérience #1



La barre conductrice est déplacée à la vitesse  $\vec{v}$  sur la longueur  $d\lambda$  pendant le temps  $dt$ .

Nous avons vu que les  $e^-$  contenus dans la barre sont soumis à la composante magnétique de la force de Lorentz :

$$\vec{F}_M = q \vec{v} \wedge \vec{B} = q \vec{E}_m$$

où  $\vec{E}_m$  est le champ électromoteur (introduit au chapitre 7)

Calculons la circulation de la force sur le contour fermé ( $ABCD$ ). Bien que les charges mobiles se déplacent dans tout le circuit, la force magnétique n'est non nulle que sur le segment  $[AB]$ , cette circulation est :

$$\oint_{ABCD} \vec{F}_M \cdot d\vec{\ell} = q \int_A^B (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = -q \int_A^B (\vec{v} \wedge d\vec{\ell}) \cdot \vec{B}$$

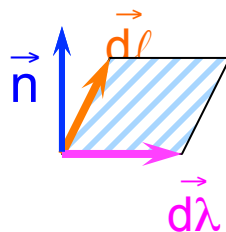
avec :  $\vec{v} = \frac{d\vec{\lambda}}{dt}$  et  $q = -1.602 \cdot 10^{-19}$  C (électrons)

$$\oint_{ABCD} \vec{F}_M \cdot d\vec{\ell} = -q \int_A^B \left( \frac{d\vec{\lambda}}{dt} \wedge d\vec{\ell} \right) \cdot \vec{B}$$

L'intégration sur  $d\ell$  et la dérivation par rapport au temps étant deux opérations indépendantes, on peut les intervertir:

$$\oint_{ABCD} \vec{F}_M \cdot d\vec{\ell} = -q \frac{1}{dt} \left[ \int_A^B \vec{B} \cdot (d\vec{\lambda} \wedge d\vec{\ell}) \right]$$

$(d\vec{\lambda} \wedge d\vec{\ell})$  est un vecteur orienté parallèle à  $\vec{n}$  et dont la norme correspond à l'élément de surface  $d^2S$  :



L'intégration ne se faisant que sur  $d\ell$ ,

$$\int_A^B \vec{B} \cdot (d\vec{\lambda} \wedge d\vec{\ell}) = d\phi$$

d'où, finalement :

$$\oint_{ABCD} \vec{F}_M \cdot d\vec{\ell} = -q \frac{d\phi}{dt}$$

La quantité  $\frac{1}{q} \oint_{ABCD} \vec{F}_M \cdot d\vec{\ell}$  est homogène à un potentiel

électrique (voir cours de Magnétostatique de J. Ferreira p. 38) et correspond en fait à la force électromotrice (f.e.m.) présente dans le circuit :

$$e = \frac{1}{q} \oint_{ABCD} \vec{F}_M \cdot d\vec{\ell}$$

On retrouve ainsi la loi de Faraday :

$$e = - \frac{d\phi}{dt}$$

### Remarque :

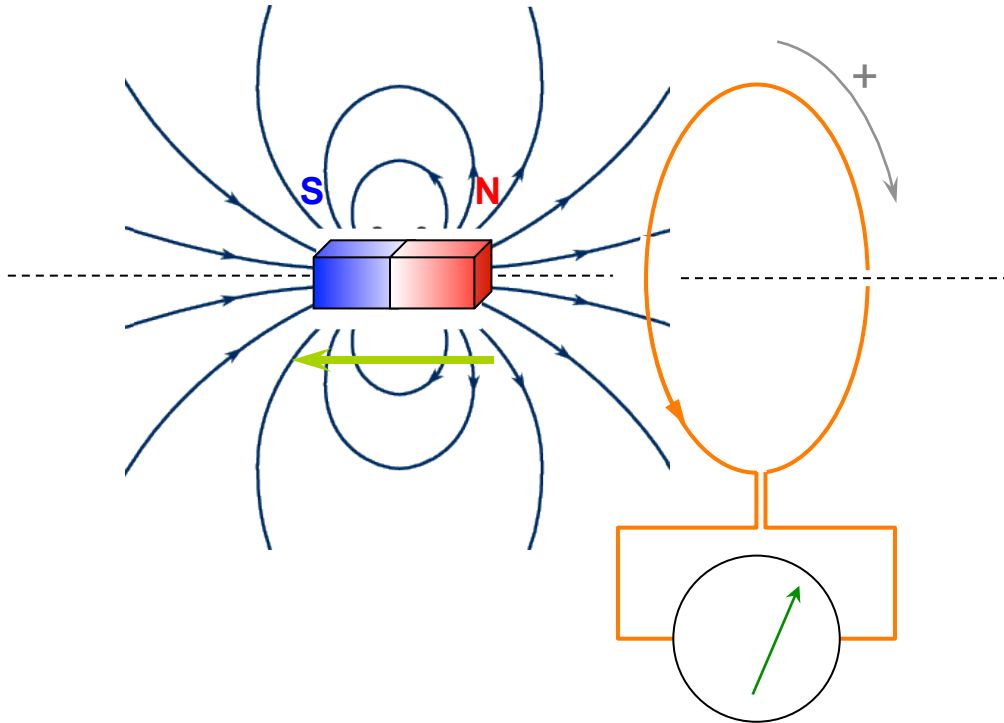
À partir de la démonstration précédente, on peut montrer que la circulation de ce champ électromoteur sur un circuit fermé n'est pas nulle et est égale à la f.e.m. :

$$\oint_C \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell} = \oint_C (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = e$$

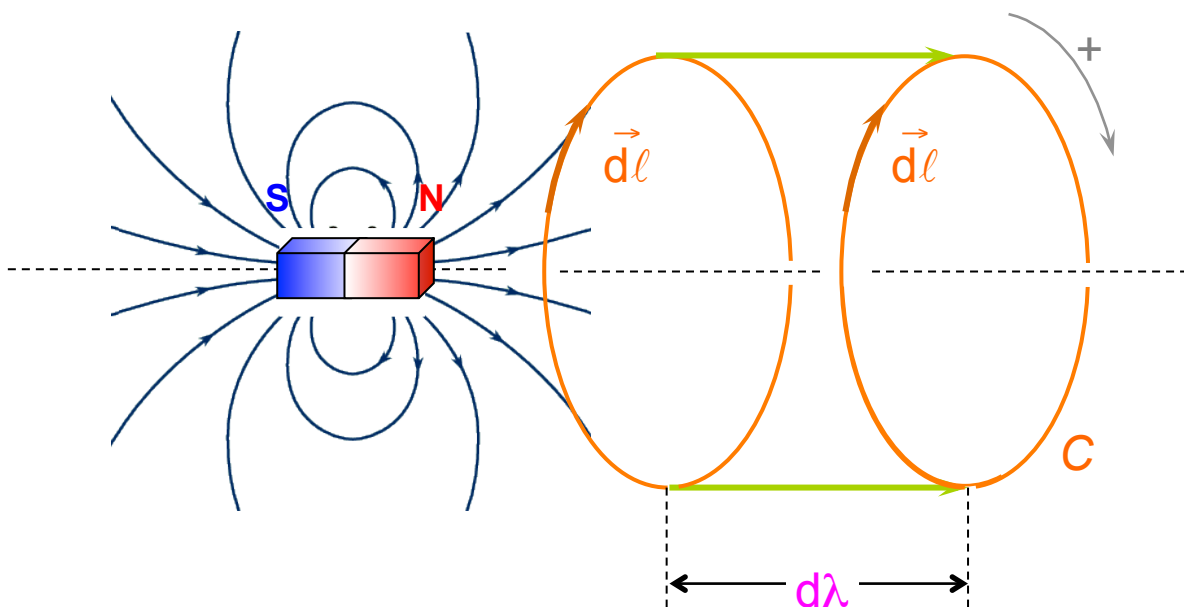
Ce champ électrique d'induction ne dérive donc pas d'un potentiel scalaire et son rotationnel n'est pas nul.

### 8.2.2.2 Expérience #2

On écarte l'aimant de la spire C :



Cela revient à écarter la spire de l'aimant à la vitesse  $\vec{v}$  :





Les charges mobiles sont soumises à la composante magnétique de la force de Lorentz :

$$\vec{F}_M = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Tout se passe comme si on avait inséré un générateur de f.e.m.  $e$  dans le circuit.

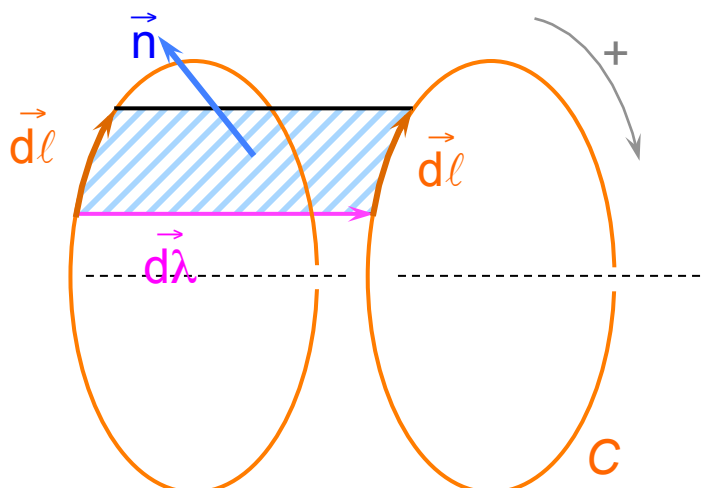
Le travail de la force magnétique est égal à l'énergie acquise par les charges :

$$q \cdot e = \oint_C \vec{F}_M \cdot d\vec{\ell} = \oint_C q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{\ell}$$

donc la f.e.m  $e$  dans le circuit est égale à :

$$e = \oint_C \left( \frac{d\vec{\lambda}}{dt} \wedge \vec{B} \right) \cdot d\vec{\ell} = - \oint_C \left( \frac{d\vec{\lambda}}{dt} \wedge d\vec{\ell} \right) \cdot \vec{B} = - \oint_C \frac{(d\vec{\lambda} \wedge d\vec{\ell})}{dt} \cdot \vec{B}$$

avec  $(d\vec{\lambda} \wedge d\vec{\ell}) = d^2S \vec{n}$



$$e = - \oint_C \frac{\vec{B} \cdot \vec{n} d^2S}{dt} = - \oint_C \frac{d^2\phi}{dt}$$

où  $d^2\phi$  est le flux coupé par  $d\vec{\ell}$  pendant le temps  $dt$ .

$$\oint_C d^2\phi = d\phi_{\text{Coupé}} \quad : \text{ flux coupé par la spire pendant } dt.$$

or on sait (§ 7.7) que le flux coupé par un circuit lors d'un déplacement élémentaire  $d\lambda$  est égal à la variation de flux à travers ce circuit pendant ce déplacement :

$$d\phi_C = d\phi$$

donc finalement :

$$e = - \frac{d\phi}{dt}$$

### 8.2.2.3 Expérience #3

Les expériences précédentes s'interprètent de manière cohérente : il existe un lien entre la force magnétique exercée sur les charges mobiles et l'apparition d'une force électromotrice induite.

Cette explication ne permet pas d'expliquer la troisième expérience puisque aucun élément de circuit n'est en mouvement, seul le champ  $\vec{B}$  varie.

Pour expliquer le résultat de l'expérience #3, nous allons établir l'expression locale de la loi de Faraday :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = \oint_C \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell}$$

En appliquant le théorème de Stokes :

$$- \frac{d\phi}{dt} = \oint_C \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell} = \iint_S (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_m) \cdot d\vec{S}$$

d'autre part, on sait que :

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Dans l'expérience #3, seul  $\vec{B}$  dépend du temps (les circuits sont indéformables donc  $S = C^{\text{te}}$ )

$$\frac{d\phi}{dt} = \iint_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

d'où finalement :

$$\iint_S (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_m) \cdot d\vec{S} = - \iint_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

ou encore sous forme locale :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_m = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Équation de Maxwell – Faraday}$$

Toute variation temporelle du champ d'induction magnétique entraîne l'apparition d'un champ électrique induit d'origine magnétique.

L'explication du phénomène observé dans l'expérience #3 est donc trouvée : c'est la variation de flux qui entraîne l'apparition d'une force électromotrice induite.

Le champ électromoteur  $\vec{E}_m$  ou encore champ électrique d'induction est le même que le champ électrique perçu dans le référentiel des conducteurs en mouvement décrits dans les expériences précédentes :

$$\text{(repère mobile)} \quad \vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{(repère fixe)}$$

### Remarque :

Si un champ électrostatique "classique"  $\vec{E}_s$  est superposé à ce champ induit, l'équation de Maxwell reste valable :

$$\overrightarrow{\text{rot}} (\vec{E}_s + \vec{E}_m) = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_s + \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}_m = \vec{0} - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Il convient également d'introduire la notion de potentiel vecteur  $\vec{A}$  dont dérive l'induction magnétique ( $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ ).

Dans ce cas :

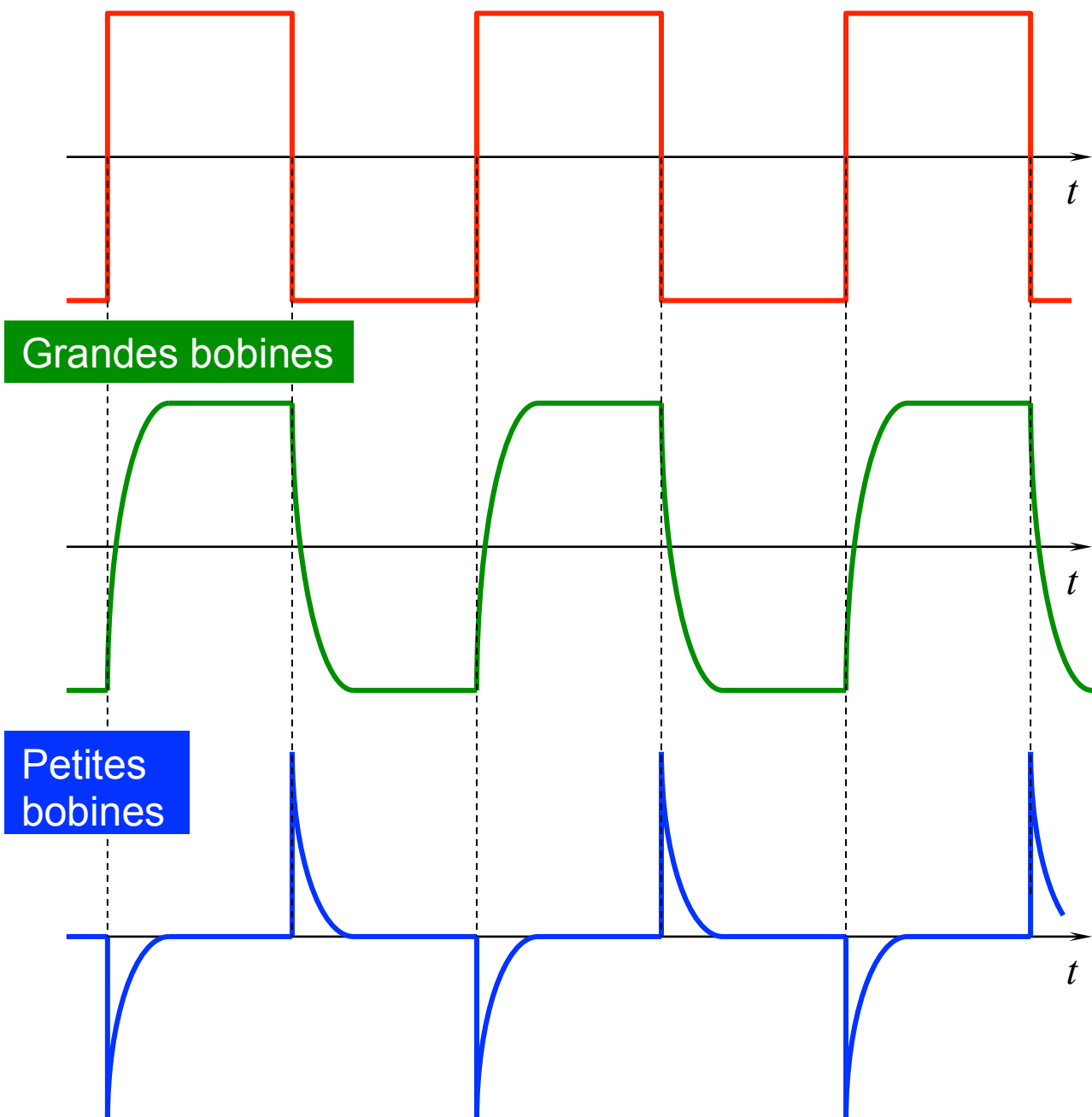
$$\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_m = - \overrightarrow{\text{grad}} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

### 8.2.3 Loi de Lenz

L'induction produit des effets qui s'opposent aux causes qui lui ont donné naissance.

→ Interprétation des expériences de T.P.

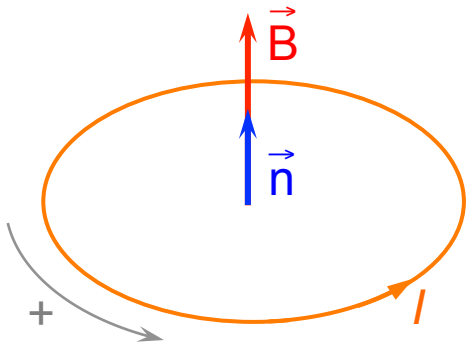
Générateur



## 8.3 Applications des phénomènes d'induction

### 8.3.1 Coefficient d'auto-induction

On considère une spire orientée parcourue par un courant d'intensité  $I$ .



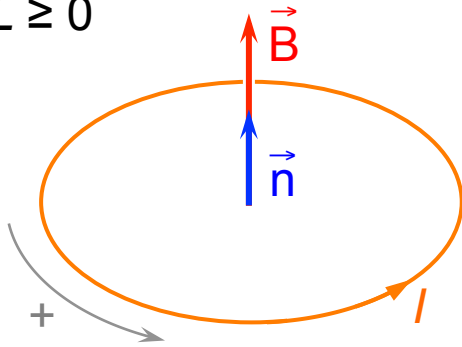
Le flux propre du champ créé par la spire à travers elle-même est proportionnel à  $I$  :

$$\Phi = L \cdot I$$

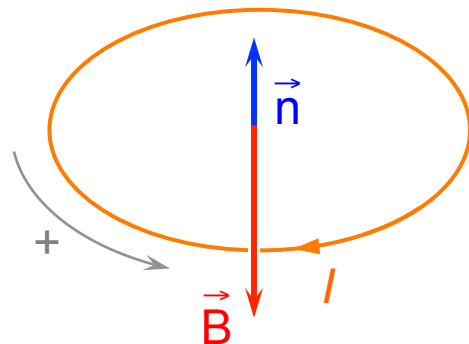
$L$  : coefficient d'auto-induction

#### • Propriétés

- $L \geq 0$



$$I > 0; \quad \Phi > 0; \quad L > 0$$



$$I < 0; \quad \Phi < 0; \quad L > 0$$

- Coefficient d'auto-induction d'un solénoïde ( $N, \ell, R, I$ )

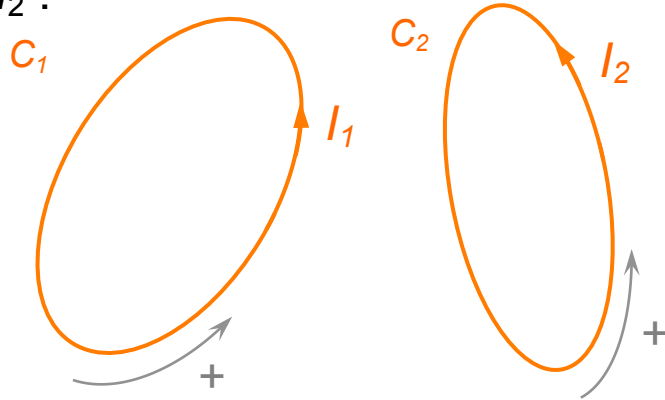
- $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$

- $\Phi = N \cdot B \cdot S = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} I \pi R^2$

$$\Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{\ell}$$

### 8.3.2 Coefficient d'induction mutuelle

On considère deux circuits,  $C_1$  et  $C_2$ , orientés parcourus par les courants  $I_1$  et  $I_2$  :



Le circuit  $C_1$  crée, au niveau de  $C_2$  un champ d'induction magnétique  $B_1$  proportionnel à  $I_1$ .

Le flux de  $\vec{B}_1$  (créé par  $C_1$ ) à travers le circuit  $C_2$  est donc proportionnel à  $I_1$  :

$$\Phi_{2,1} = k I_1 = M_{2,1} \cdot I_1$$

De même, pour le flux du champ  $\vec{B}_2$  (créé par  $C_2$ ) à travers le circuit  $C_1$  :

$$\Phi_{1,2} = k I_2 = M_{1,2} \cdot I_2$$

$M_{1,2}$  et  $M_{2,1}$  sont des grandeurs algébriques qui ne dépendent que la forme, des positions relatives et des orientations respectives des circuits  $C_1$  et  $C_2$ .

On peut montrer que :

$$M_{2,1} = M_{1,2} = M$$

$M_{1,2}$  et  $M_{2,1}$  sont les coefficients d'induction mutuelle

Unité : le henry (H)

### 8.3.3 Couplage par induction mutuelle

Si  $I_1$  varie au cours du temps alors  $\Phi_{2,1}$  varie.

Il apparaît alors une f.e.m. induite  $e_2$  dans le circuit  $C_2$  :

$$e_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$$

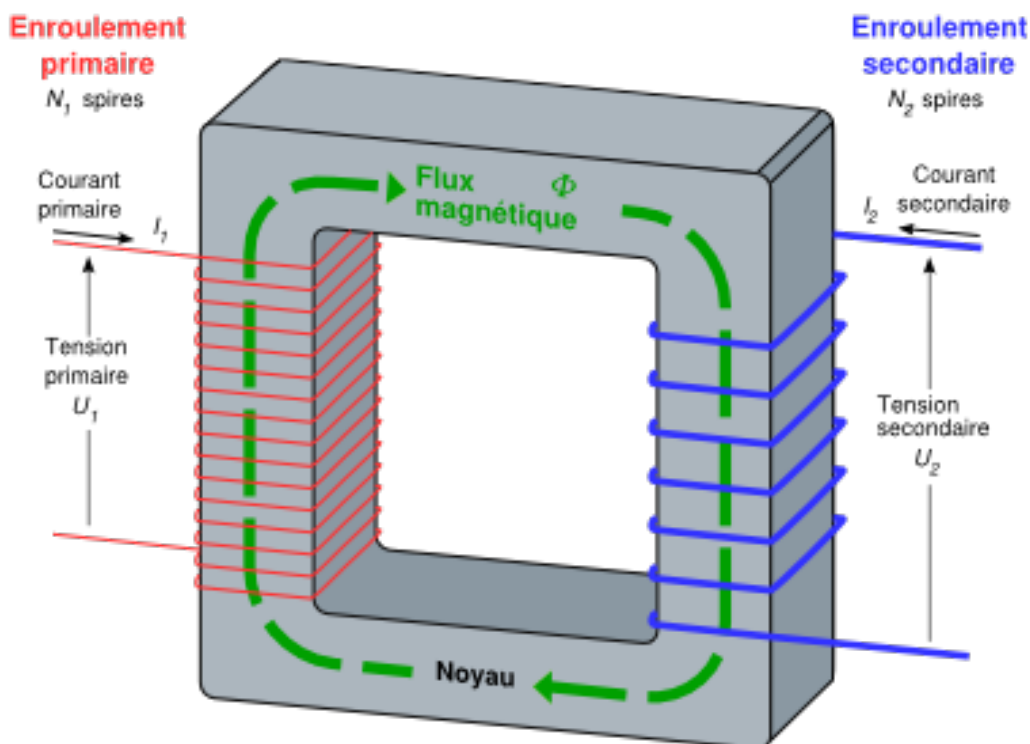
Le courant  $I_2$  circulant dans  $C_2$  est donc variable ainsi que le champ  $\vec{B}_2$  (créé par  $C_2$ ) dans  $C_1$ .

Il apparaît alors une f.e.m. d'induction dans  $C_1$  :

$$e_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

On dit que les circuits sont couplés par inductance mutuelle.

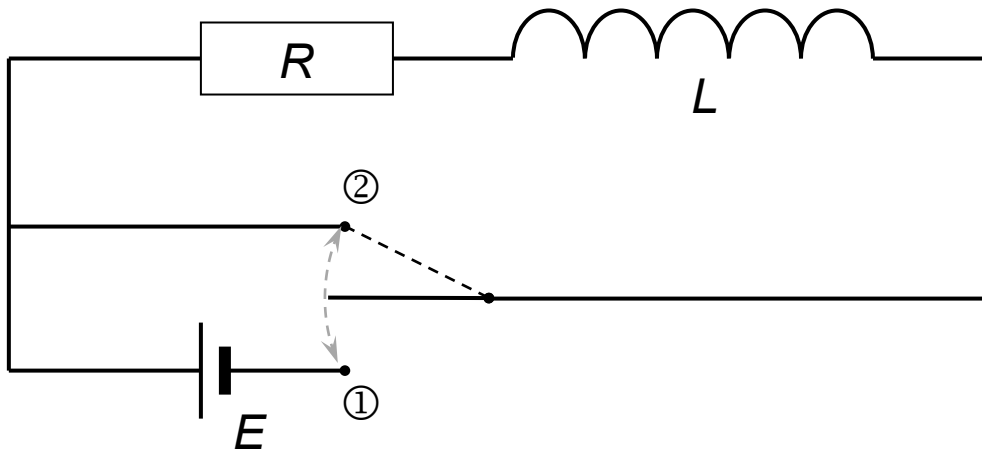
Application : transformateurs





### 8.3.4 Établissement d'un courant dans un circuit $R, L$ .

On considère le circuit suivant :



À l'instant  $t = 0$ , on ferme le circuit en position ①.

- le courant commence à passer dans la bobine
- le flux du champ  $\vec{B}$  créé par la bobine à travers elle-même commence à augmenter
- apparition d'une f.e.m. induite dont l'effet est de s'opposer aux causes qui lui ont donné naissance (Loi de Lenz) :

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = - L \frac{di}{dt}$$

- le circuit est conducteur  $\Rightarrow$  apparition d'un courant  $i_{\text{ind}}$  dont le sens est tel que le champ d'induction magnétique qu'il crée s'oppose à l'augmentation du flux (Loi de Lenz)

Il s'agit d'un phénomène transitoire qui ne perturbe l'établissement du régime permanent que pendant des périodes de temps courtes.

On va chercher à déterminer l'évolution du courant dans le circuit. On exprime la loi d'Ohm :

$$E + e = R \cdot I(t)$$

$$E - L \frac{dI}{dt} = R \cdot I(t) \quad e \text{ s'oppose à } E \text{ (loi de Lenz)}$$

$$\frac{dI(t)}{dt} + \frac{R}{L} \cdot I(t) = \frac{E}{L} \quad \text{éq. diff. du 1}^{\text{er}} \text{ ordre avec 2}^{\text{nd}} \text{ membre}$$

La solution générale de cette équation est la somme d'une solution particulière de l'équation avec 2<sup>nd</sup> membre et d'une solution de l'équation sans 2<sup>nd</sup> membre :

Solution particulière :

$$I(t) = \frac{E}{R} = I_0$$

Solution de l'équation sans 2<sup>nd</sup> membre :

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\frac{R}{L} \cdot I(t) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\left(\frac{dI(t)}{dt}\right)}{I(t)} = -\frac{R}{L}$$

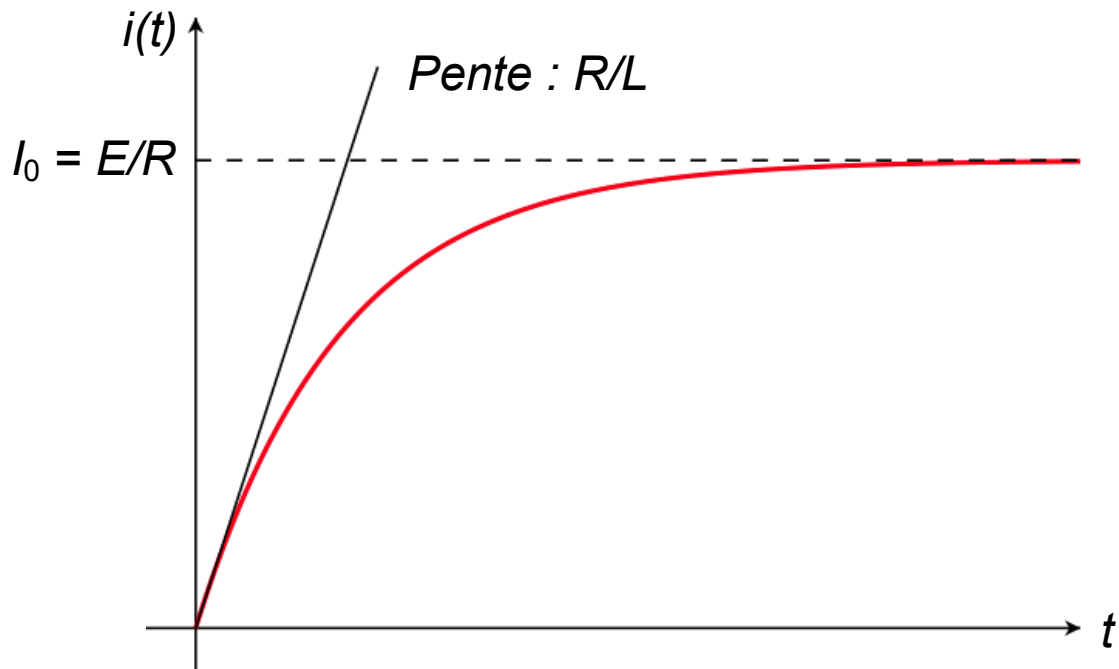
$$I(t) = k \cdot e^{-(R/L)t}$$

D'où la solution générale de l'équation :

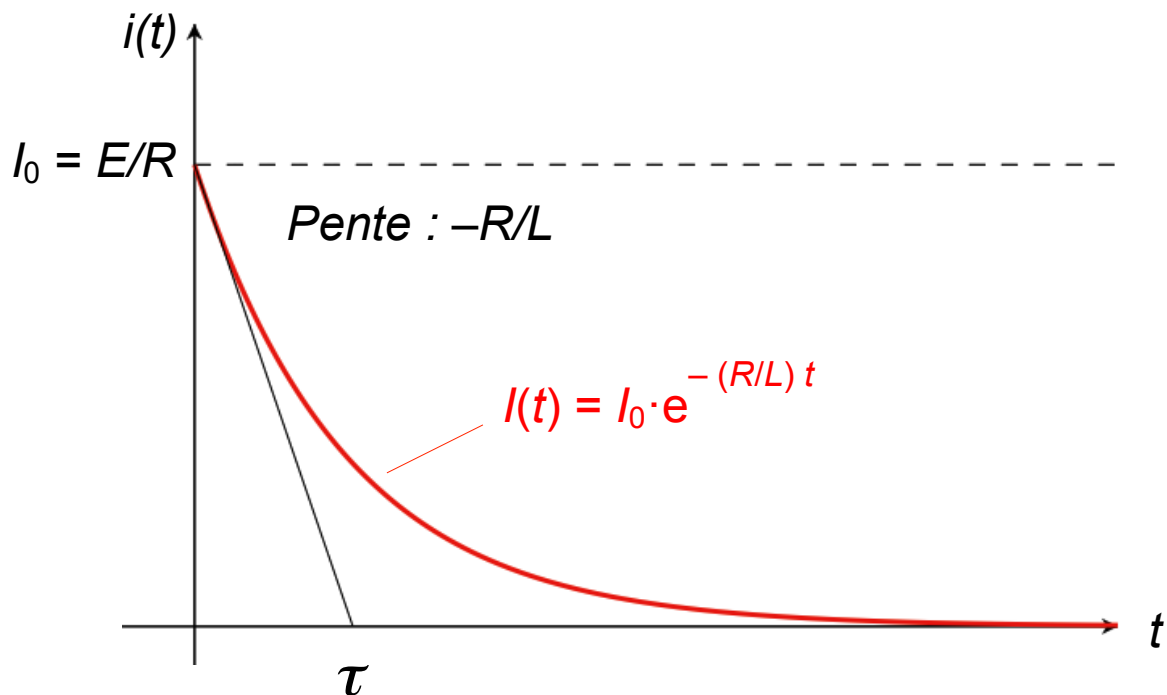
$$I(t) = I_0 + k \cdot e^{-(R/L)t}$$

La constante  $k$  est déterminée par les conditions initiales : à  $t = 0$ ,  $I(0) = 0$ . Dans ce cas, il vient :  $k = -I_0$

$$I(t) = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$



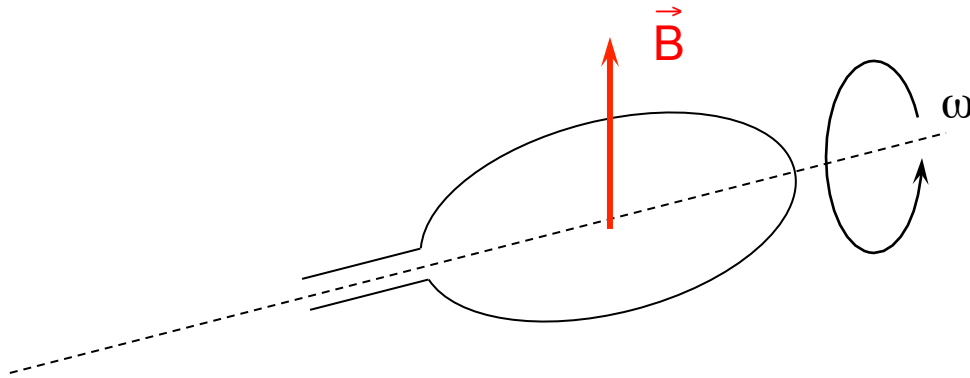
De même, si on bascule l'interrupteur en position ②, le courant ne va pas chuter instantanément car la spire va réagir en établissant un courant qui va s'opposer à la diminution du flux de  $\vec{B}$  à travers elle-même.



$\tau = L/R$  : constante de temps du circuit

## Générateur de courant alternatif

On considère une spire qui tourne autour d'un axe  $\Delta$  à la vitesse angulaire  $\omega$ . L'ensemble est plongé dans un champ d'induction magnétique homogène et constant  $\vec{B}$  :



Comme l'orientation de la spire varie, le flux de  $\vec{B}$  à travers celle-ci varie, d'où l'apparition d'une f.e.m.  $e$  qui s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance :

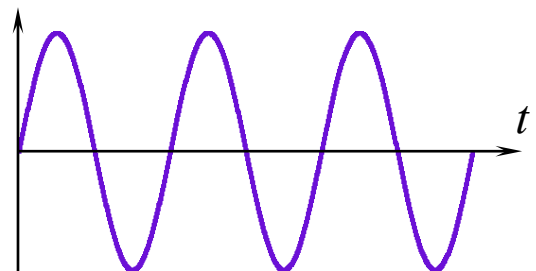
$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \omega t$$

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = + \omega B \cdot S \cdot \sin \omega t$$

En supposant que la spire a une résistance  $R$ , on en déduit le courant :

$$i = e/R = \frac{\omega B \cdot S}{R} \sin \omega t$$

→ moteurs électriques



### 8.3.5 Énergie (électro)magnétique

On considère le circuit du paragraphe précédent et on s'intéresse à l'énergie mise en jeu dans ce circuit pour passer de l'état initial ( $I = 0$ ,  $\Phi_{\text{bobine}} = 0$ ) à l'état final ( $I = I_0$ ,  $\Phi_{\text{bobine}} \neq 0$ ) :

À partir de la loi d'Ohm :

$$E = R \cdot I(t) + L \frac{dI}{dt}$$

On peut déterminer le travail fourni par le générateur entre les instants  $t$  et  $t + dt$  :

$$E \cdot I \cdot dt = R \cdot I^2(t) dt + L I \frac{dI}{dt} dt$$

Entre  $t = 0$  et l'instant  $t$  pour lequel on a le courant  $I_0$ , le générateur a fourni le travail :

$$W = \int_0^t E \cdot I \cdot dt = \int_0^t R \cdot I^2(t) dt + \underbrace{\int_0^t L I \frac{dI}{dt} dt}_{\int_0^{I_0} L I dI}$$

d'où :

$$W = \underbrace{\int_0^t R \cdot I^2(t) dt}_{\text{Effet Joule}} + \underbrace{\frac{1}{2} L I_0^2}_{\text{Énergie électromagnétique}}$$

**Effet Joule**      **Énergie électromagnétique**

Que se passe t-il quand on ferme le circuit sur lui-même ?  
c.a.d. quand le courant passe de  $I_0$  à 0 :

On a montré que le courant décroissait exponentiellement :

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-(R/L)t}$$

L'énergie dissipée par effet Joule par la circulation de ce courant de  $t = 0$  (on ferme le circuit sur lui-même) et le moment pour lequel le courant est nul ( $t = \infty$ ) est :

$$W = \int_0^{\infty} R \cdot I^2(t) dt = \int_0^{\infty} R I_0^2 e^{-(2R/L)t} dt = \frac{1}{2} L I_0^2$$

L'énergie emmagasinée par le circuit lors de l'établissement du courant permanent est restituée quand on ferme le circuit sur lui-même et dissipée par effet Joule.